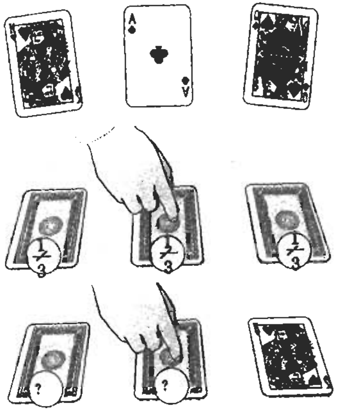
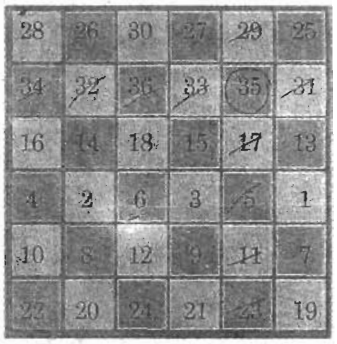
加德纳四个难题与答案



1. 琼斯先生是一位玩牌时的作弊老手。他把 3 张牌面朝下放在桌子上。其中一张牌是 A,另外两张牌是人头牌。现在你把一只手指按在一张牌上,打赌说这张牌就是 A。显然你挑中 A 的概率为 1/3。琼斯现在悄悄地偷看了每一张牌。由于这 3 张牌中只有一张是 A,因此,你没有选的那两张牌中至少有一张肯定是人头牌。琼斯现在把这张牌翻给你看。试问你的手

指现在按在一张 A 牌上的概率是多大?

2. 右图所示的数字方阵是一种新奇的幻方。在该方阵中的任一数字上画一个圈,然后划掉与此数在同一行和同一列上的所有数。然后,任选一个未被划掉的数字并在其上划一个圈,然后再次划掉与此数在同一行和同一列上的所有数。这样一直进行下去直到你已在 6 个数字上划了圈为止。



很显然,每个数都是完全随机地选择的。但是无论你怎样选择这些数字,它们相加的和始终是同一个数。这个数字是多少? 此外,更重要的一个问题是,为什么这样选择的数之和总是常数?

3 In the beginning God created the heaven and the earth.
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

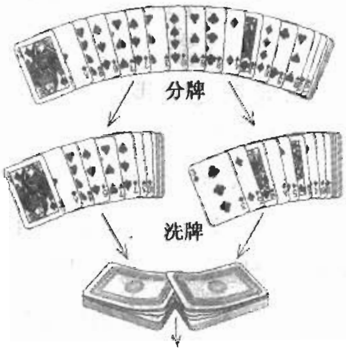
And the earth was without form, and void and darkness was
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21

upon the face of the deep. And the Spirit of God moved upon the
22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35

face of the waters.
36 37 38 39

And God said, Let there be light; and there was light.
40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

以上是钦译《圣经》的"创世纪"中的头 3 节。在第一节"In the beginning God created the heaven and the earth"(当初上帝创造了天与地)的 10 个词中,任意选择一个词。数一下这个词有多少个字母,并把这个数字记为 x。然后找出选定的词后面的第 x 个词。(例如,如果你选的是"in",那么就找到"beginning"。)现在数一下这个词中有多少个字母——把它记为 n——然后找出这个词后面的第 n 个词。如此进行下去直到你选的词进入"创世纪"的第 3 节。

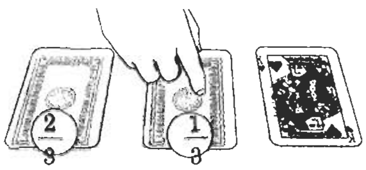


您数到的词最后是哪一个? 这个答案是偶然的巧合呢还是老天爷有意的安排?

4. 一位魔术师把一迭纸牌的红牌和黑牌交错排列,然后把这迭纸牌大致分成两半,使分开的两迭纸牌最下面的牌颜色不同。然后她让你把这分开的两迭纸牌再交叉地洗在一起,无论洗得怎样彻底或随便都可以。当你洗完牌后,她翻开这迭

牌最上面的两张牌，肯定是一张黑牌和一张红牌(不一定是这个次序)。接下去的两张牌也是一黑一红；事实上，所有依次取出的一对牌中都有一张黑牌，一张红牌。魔术师是怎么搞的呢？为什么洗牌没有使红牌和黑牌的次序打乱呢？

答　案



1. 大多数人会猜想这一概率将会从1/3增大到1/2。毕竟现在只有两张牌面朝下放在桌子上，而且其中有一张必定为A。实际上该概率仍旧是1/3。你没有选中A的概率仍为2/3。但Jones在把你没有选择的两张牌中不是A的那张牌翻给你看时，已经消除了一部分不确定性。这样另一张未选中的牌为A的概率是2/3。如果Jones允许你改变你的下注，那你应当抓住这一机会。(当然，除非他偷偷把牌塞进他的袖子中)。

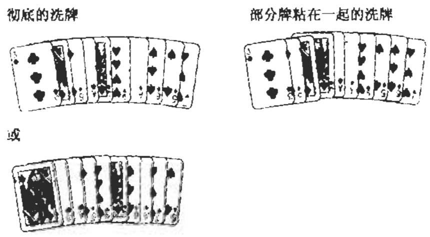
我在1959年10月号的“数学游戏”专栏中介绍了这个问题，但形式稍有不同——当时这个问题中的主角不是3张牌，而是3名囚犯，其中一名已获总督赦免。1990年，《炫耀》杂志(Parade)一个很受人欢迎的专栏的作者Marilyn vos Savant介绍了同一问题的另一种版本，它涉及3扇门，其中一扇门后面藏有一辆汽车。她给出了正确的答案，但却收到了数千封表示不满的来信——其中有许多来自数学家——责备她一点不懂概率论！《纽约时报》在头版对这场争论作了报道。

2. 这个和为111。此游戏之所以总是行得通，是因为它的数字矩阵实际上就是一个老式的加法表(下图)。这个表由两组数生成，即(3,1,5,2,4,0)和(25,31,13,1,7,19)。矩阵中的每一个数都是取自这两组数的一对数字之和。当你选择划了圈的6个数时，你也就选择了合起来把所有12个生成数全都包括在内的6对数。因此，划了圈的这6个数之和始终等于12个生成数之和。这些特殊的幻方曾是1957年1月号“数学游戏”专栏所讨论的问题。

	3	1	5	2	4	0
25	28	26	30	27	29	25
31	34	32	36	33	35	31
13	16	14	18	15	17	13
1	4	2	6	3	5	1
7	10	8	12	9	11	7
19	22	20	24	21	23	19

3. 每一个单词链都以“God”这个词结尾。这个答案看起来好像是天意，但它实际上是Kruskal计数的结果。Kruskal计数是数学家Martin Kruskal在20世纪70年代最先指出的一个数学原理。当某一段文字中的单词总数远大于最长的单词中的字母数时，任何两个从任意位置上开始的单词链很有可能会合于一个关键词上。当然，在此之后，两个单词链就变得完全相同了。一段文字越长，单词链会合的可能性就越大。

我在1978年2月号的“数学游戏”专栏上讨论了Kruskal原理。数学家John Allen Paulos在他即将出版的著作《Once upon a Number》中把这个原理用于单词链上。



4. 为简单起见，设想我们用只有10张的一迭扑克牌来玩这个游戏。黑牌与红牌依下列次序交错排列：BRBRBRBRBR，其中B代表黑牌(black)，R代表红牌(red)。将这迭牌分为两半，就得到各有5张的两迭牌，这两迭牌的黑牌与红牌次序分别为BRBRB和RBRBR。在开始洗牌时，一迭牌的最下面一张为黑牌，而另一迭牌的最下面一张为红牌。如果红牌先落到桌面上，那么现在两迭牌的最下面一张牌都是黑牌，因此接着落下来的那张牌就在桌子上形成了由黑-

红组成的一对牌。而如果黑牌先落到桌面上，那么现在两迭牌的最下面一张牌都是黑牌，因此接着下来的那张牌就在桌子上形成了由红-黑组成的一对牌。在头两张牌落下来后（不论这两张牌来自哪一迭牌），情况又变得跟游戏刚开始时一模一样了：两迭牌最下面的牌的颜色不相同。然后这一过程又重复下去，从而保证连续得到的每一对牌中肯定都是各有一张黑牌和一张红牌，即使一部分牌粘在了一起（见图）。