

大行其道六角棋

对下棋游戏感到厌倦了吧？如果真的厌倦了，那你应当尝试一下六角棋。这种棋让人上瘾的程度不亚于最迷人的电脑游戏，而且它将使你的大脑受到更刺激得多的考验与磨练。

六角棋是一种双人游戏，它的棋盘是由许多六边形格子构成的一个菱形（见图 1）。标准棋盘的每边为 11×11 格。每个棋手“拥有”棋盘相对的两边，四个顶点上的六边形方格则为双方共有领地。每位棋手还有若干棋子；在本文所示的图中，一位棋手用红色棋子，另一位棋手则用蓝色棋子。六角棋的规则简单得令人惊讶。两位棋手通过掷硬币来决定谁先走，然后轮流把他们的棋子放进棋盘上的空格中。如果一位



棋手把棋子摆成了连接他所拥有的两条对边的链,那么他就赢了。这条链可以有許多分支和圈,但只要这些棋子形成了一条从一边通到其对边的连续通道就行。六角棋的规则看起来很简单,但表面现象往往是迷惑人的。实际上六角棋的学问相当深奥。

六角棋是丹麦数学家 Piet Hein 发明的。他称这种棋为“Polygon”(多边形)。一家丹麦报纸在 1942 年 12 月 26 日首次介绍了这种棋。数学家 John Nash 1948 年独立地重新发明了六角棋,当时他在普林斯顿大学读研究生。Nash 后来因在对策论方面的研究成果而荣获诺贝尔经济学奖。在普林斯顿大学这种棋被称为“Nash”,有时亦被称为“John”,因为人们常在六边形的浴室地砖上玩这种棋。1957 年《科学美国人》的“数学游戏”专栏介绍了六角棋,于是世界各地的大学数学系几乎一夜之间就掀起了一股六角棋热。

作一些简单的分析就可以揭示六角棋的若干特点。在这种棋中双方走的步数有限——对于 11×11 的棋盘,最多只有 121 步——而且某一方摆出了一条从一边通向另一边的连续通道必定就会阻断另一方作成这样一条链。因而凭直觉可以断定,其中必有一方获胜:只有在一位棋手首先作成这样一条链的情况下,他才能阻止对手把棋子摆成这种链。还可以证明,采用最优的走法,先走的一方应当稳操胜券。

此证明采用了一种名为“跟着走”(stealing)的策略。出于证明的需要,假定红方先走,而且存在着一种确保蓝方(即后走的一方)获胜的策略。如果的确存在这种策略,那么红方可以设法刺探出此策略并运用它来战胜蓝方。假定红方在把第一颗棋子

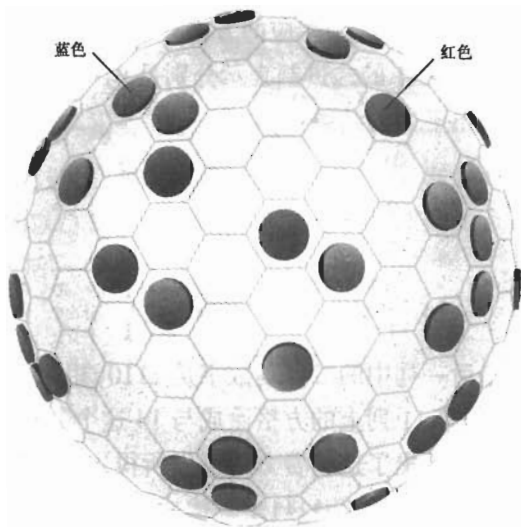


图1 在铺满了六边形和五边形的球面上,可以玩一种不同的“球戏”(ball game)(图中所示的球面上的 12 个五边形分布在球面的边缘上,因此从正面不能看见它们。)如果一位棋手用自己的棋子围住了一个格子(无论是空格还是被对手占据了的格子),那么它就赢得了这种形式的六角棋



放在棋盘上后马上就把自己走的这开局一步忘到九霄云外去了。现在她把蓝方当作是开局者,自己却是后走的一方而不是先走的一方。无论蓝方怎么走,红方都根据我们假定的后走一方的获胜策略来走出相应的看法。有时这一策略可能要求红方把一颗棋子放在她已经“忘记”了的开局一着所占据的格子中,但这并不要紧,因为红方已经有一颗棋子占在了这一位置上,所以她并没有违背获胜策略。因而她可以随便找个空着的格子走一步,这一格子马上就成为了新的“忘记”了的一步。

照这种方式走下去,红方可以拼凑出胜局。但现在我们发觉自己处于一种滑稽的境地。像这样模仿我们假定的后走一方的必胜策略,不论蓝方怎么走,红方都可以先走而获胜。摆脱这一逻辑矛盾的惟一途径是断定对于后走一方并不存在获胜策略。由于六角棋只能走有限多步,而其中一方最终必定会胜出,因此先走一方肯定有获胜策略。

乍看起来,这一证明使六角棋变得索然无味了,因为两位棋手都知道如果他们应对无误的话谁应当赢。但是这一证明并没有告诉我们先走一方的获胜策略是什么。事实上,现在人们只对很少几种棋盘搞清楚了先走一方的获胜策略,其中最大的棋盘也不过 7×7 而已。因而,甚至在 8×8 的棋盘上,先走的一方也只是知道“原则上”该她赢,但对于究竟如何去赢,她连一丁点儿的线索都没有。如果说这对于后走一方仍然不够公平的话,许多人在下六角棋时还搬出一条备用规则:在先走一方走出开局一步之后,后走一方可以不在新的一格中放上自己的棋子,而是用先走一方开局的棋子来作为自己棋子之一。

对六角棋进行一番详尽的讨论需要厚厚的一整本书,因此本文只着重阐明它的两个特点。第一个特点是,棋盘上的格子不一定要用棋子去占住后才能起到关键作用。图2的A图示出的是一个“桥”,也就是两个不相邻的格子已被蓝方占据,而它们之间隔着两个空格则分别与这两个蓝格相邻。只要中间的两个格子不被红方占据,则蓝方占据的这两个格子事实上可以看成是已经连在一起了,因为只要红方下手占住中间的一个空格,蓝方可以马上占住另一个空格。玩六角棋的人常常试图弄出跨过棋盘的一连串桥。但是桥并非无懈可击。如果红方设法在占据桥中间的两个空格之一的同时又在另一个地方眼看要走出必胜之着,那么蓝方的桥就被破坏掉了。当然对红方来说走出这一步是很不容易的,因此最好还是不要让你的对手搞出过多的一串桥来。

一条很有用的一般规则是,棋子链的最薄弱一环是最值得注意的地方。如果你的对手能够以相当大的成功把握攻击你刚布置成形的棋子链,那么你就应当设法加强你的最薄弱环节或者攻击你的对手最薄弱的一环。为了不让对手看出你的动机,最好是



从一定的距离外悄悄地向对手的弱点逼进。

更高级的策略是建造“梯子”。当一位棋手想要做成到一条边的连接时,便会出现这种情况。图 2 的 B 图显示了梯子是如何出现的,此时该轮到蓝方走棋了。蓝方别无选择,只有在格子 P 上放一个棋子,否则红方将获胜。同样的道理,红方接着也必须在格子 q 上放一个棋子。如果蓝方总是想要作出到同一条边的连接(而且在一连好几步中她都必须这样作,否则就将输掉),那么红方也就不得不一直阻拦她,这样红色棋子链和蓝色棋子链就沿着这条边平行地延伸下去。但蓝方没有注意到的是,如果这一过程继续下去,红方最终将赢。因此,必须事先预计到梯子是否会出现,并在你的对手开始弄出梯子前就挡住他。如果蓝方在这盘棋的早期就在靠近边的地方放上她自己的一颗棋子,那么她在双方的梯子较量中将会占上风。

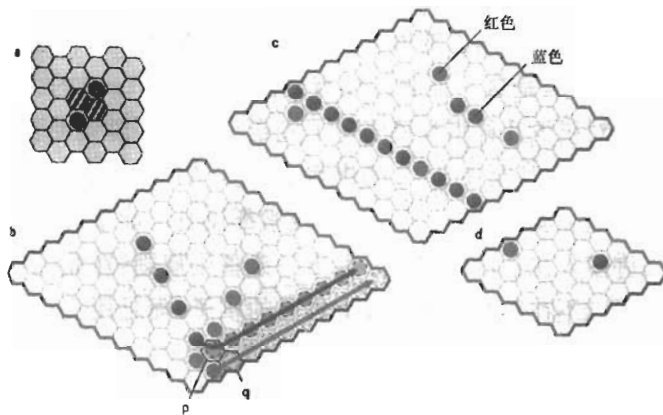
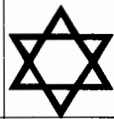


图 2 六角棋的基本策略是设法建造一些从棋盘的一边延伸到另一边的桥。建造一座桥的方法是把棋子放进两个不相邻的格子中,而它们之间隔着两个空格分别与这两个已被占据的格子相邻,如 A 图所示。更高级的策略是建造梯子(见 B 图)。在本图所示的这个例子中,梯子较量的最终结果是红方获胜。C 图和 D 图提出了两个问题来考考读者。在每幅图所示的棋局中,红方要怎样走才能肯定获胜?

除了这些问题以外,基本六角棋游戏还有许多变种。例如, Y 棋游戏是在三角形棋盘上玩,一位棋手只要摆出了与三角形的三条边都接触的棋子链便算胜出。同基本的六角棋一样,除了最小的几种棋盘外,人们现在还不知道 Y 棋的获胜策略。六角棋也可以在一幅美国地图上玩,此时要把美国的各个州作为棋盘上的格子,而南北边界和东西边界则是双方分别要连接起来的两条边。在这种下法中,拥有南北边界的一方



如果先走,只要在加利福尼亚州摆下第一颗棋子,便可稳操胜券。六角棋甚至还可以在用六边形和五边形铺砌的球面上玩(参看图 1)。哪一位棋手先用自己的棋子把空着的一格或由对手占据的一格围起来便算赢了。

最后看看两个与六角棋有关的问题,供读者们在闲暇时消遣。第一个问题见图 2 的 C 图。请读者们想想红方可以把棋子放在哪一个格子中而保证取胜。如果这个问题看来太容易的话,那么来试试下面这个难题(见图 2 的 D 图)。这个问题也是要求读者们找出红方可以走哪一个格子而稳操胜券。