



恐怖庄园的谋杀案

这是一个夜晚，福尔摩斯正在 Baker 街 221 号用他的小提琴演奏一首爱尔兰歌曲，而我不得不匆匆打断了他。

“福尔摩斯，我们刚才收到一封信，信中讲了一件非常紧迫的事情。”

“把信读给我听听，华生。”

“发信人的地址是邪恶乡的恐怖庄园。信的内容是这样的：

尊敬的福尔摩斯先生：

这里发生了一桩可怕的谋杀案。Melpomene Beetroot 小姐被人用吊灯砸死了。警方对此束手无策。请你帮助我们破案。

恐怖庄园公爵 Cornelian。”

“华生，我们不能耽搁了。马上收拾提包，叫一辆出租马车到车站去。这桩奇怪的



谋杀案将是对我们的本领的极大考验,对此我毫不怀疑。”

一到不远处的邪恶乡,福尔摩斯和我便看见了恐怖庄园。这座历史悠久的城堡有46座塔,围绕着中央一座塔构成了三个同心圆。这些塔相互间有些窄窄的走道相连,所有走道均离地面几层楼高。城堡唯一看得见的人口在最西端一座塔的吊桥处(见图1)。

城堡的管家——他自称为Dunnett——在入口迎接我们。他带领我们走上一段螺旋形的楼梯,经过一条走道,来到了邻近的一座塔上。恐怖庄园公爵在这里向我们问候。

“呵,福尔摩斯!”他叫道。“我无论怎样感谢你都不过分。”

“不用谢。”

“谋杀发生在 Beetroot 小姐的房间里。你要不要去看看?”

“请等一下,爵爷。我先得发一封电报。”

“让 Dunnett 去做这件事吧,福尔摩斯先生。我们等一下——用不了多久的。”很快管家便回来了。

“请跟我来,诸位,”公爵说。“恐怖庄园的每座塔都是一个大房间,住着恐怖家族中尚健在的一位成员。”他们进入了 Beetroot 小姐所住的那座塔。

“这就是那桩卑怯的罪行发生的地方,”公爵长叹一声说,“这里曾有一个大吊灯吊在天花板的中央,可是谋杀者不知用了什么方法让吊灯掉下来了,倒霉的 Melpomene 正好睡在吊灯下方。”

“谁发现尸体的?”我问。

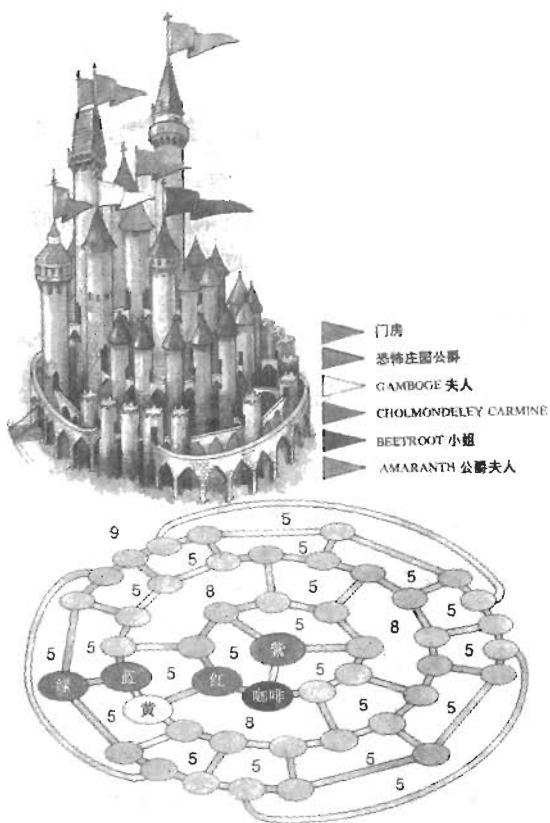


图1 恐怖庄园是一桩谋杀案的现场。Beetroot 小姐在她的房间里被杀害了。图中数字标出了每个区域周围的走道数



“是我，先生，”管家答道，“我负责善后事宜的，先生。”

“那么你是 Beetroot 小姐还活着的时候看见她的最后一个人？”

“是的，除了谋杀者之外。”

我注意到一直用放大镜在房间内到处查看的福尔摩斯停止了搜寻，注意地听着我们谈话。”恐怕我们在这里找不到什么线索，华生，”“警方早把房间搞得乱七八糟。”他打量着管家，问：“这门通向谁住的塔？”

“通向 Amaranth 公爵夫人住的塔，”Dunnett 说。

“她会是谋杀者吗？”

“Dunnett 掌管着惟一的一套钥匙，”公爵说道，“这些钥匙的设计极为复杂精巧，我确信没有任何人能复制出来。不管怎样，公爵夫人耳朵很聋，很多时间都在睡觉。”

福尔摩斯点了点头。“谋杀发生的那天晚上，每个人都在自己的房间里吗？”

“几乎肯定是的，”公爵叹了一口气说，“根据我的祖父的遗嘱，一到晚上，我的所有亲戚就足不出户了。第一位公爵对孤单有一种莫名的恐惧，因此他的遗嘱要求他的所有后代每个夜晚都必须住在庄园内，否则即剥夺其继承家族财产的所有权利。”

“不错，先生，”Dunnett 说，“每个晚上我轮流检查每一座塔，然后锁上塔之间的门。每天早上我又沿着所有塔走一遍，打开这些门。在那个可怕的夜晚，我敲了 Beetroot 小姐的房门，但没有回音。我感到不安，便开了她的房门的锁，于是见到了……尸体。”

8

“那个晚上没有任何人进出恐怖庄园吗？”

“没有，先生。从来没有，先生。要进出庄园，就必须穿过邻近的塔才能到达入口处的塔，而我每夜都住在入口塔里。我可以证实那天晚上无人进出。”

“当你锁门时是否庄园中的所有人都安然无恙？”

“是的，先生。庄园的所有人的塔内都有响铃拉索，锁门后他们拉动一直通到公爵的塔里的拉索，由此证实他们在庄园里。”

“我用铃来检查他们是否遵守遗嘱的规定，”公爵说，“Dunnett 说的是真话。我有严格的记录，那晚每只铃都响过的。”

“但是外来者也很容易把铃拉响的，”我提出异议。

“不，华生医生，”公爵回答道，“每个住在这里的人都有个人代码，每个代码只有他们本人和我知道。”

福尔摩斯转而对 Dunnett。“你进入某个塔的次数会不会多于一次？”

“呵，不，福尔摩斯先生，”管家叫道，“我在巡夜时每个塔内只进去一次，这是一条



不可违背的规定。在塔已经上锁后再打扰塔内住的人是绝对不行的。”

福尔摩斯又尝试沿另一条思路进行探索。“请问爵爷，警方是否发现了估计的死亡时间？”

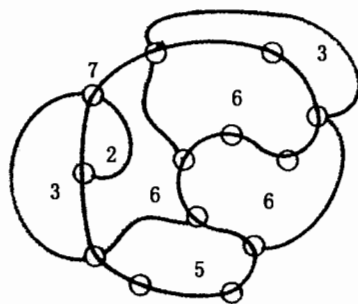
“福尔摩斯先生，由于尸体所处的状态，不可能确定这一时间。从血凝固的程度来看，警方判断死亡时间大概是在午夜前。”

福尔摩斯的眉毛皱了起来。“除了高架走道以外，是否还能通过其他路径在塔之间走动？”

“高水平的登山家或许能够从地面攀墙而上。不过，福尔摩斯先生，在晚上他们可是无法施展这一本领的。恐怖家族对于保安工作极为重视。Dunnett 巡夜时的最后一件事，就是把一群猎犬放到庄园的地上。”

Grinberg 公式

下面这个网络有 13 个结点，这些结点通过 19 条路径互相连接起来。一条封闭环路(红色)经过网络的每个结点恰好一次。这样一种环路称为哈密顿回路。不属于此环路的路径可以分为内部对角线(蓝色)和外部对角线(绿色)两类。环路和对角线形成了若干区域，每个区域由一定数目的路径(即边)包围着。



令 f_j 为回路内有 j 条边的区域的数目，则 $f_2=1, f_3=1, f_6=2$ 。类似地，令 g_j 为回路外有 j 条边的区域的数目，则 $g_3=2, g_6=1, g_7=1$ 。由于此网络有一条哈密顿回路，因此它必须满足 Grinberg 公式，在本例中即为：

$$(f_3 - g_3) + 2(f_4 - g_4) + 3(f_5 - g_5) + 4(f_6 - g_6) + 5(f_7 - g_7) = 0$$

将 f_j 与 g_j 的值分别代入上面这个方程的左端，得：

$$(0 - 2) + 2(0 - 0) + 3(1 - 0) + 4(2 - 1) + 5(0 - 1), \text{该式的值的确为零。}$$

一位邮局差役来到庄园入口，递交了一份发给福尔摩斯的电报——无疑这是对福尔摩斯先前发出的那封电报的回电。当他看电报时，我发觉他的眼睛眯成了一条缝。“你在巡夜时沿怎样的路线走，Dunnett？”

“不一定，先生。”

“你能记起谋杀发生的当晚你走的巡夜路线吗？”

“不能，先生。”

“那真是太不幸了，”福尔摩斯遗憾地摇摇头。“华生，我们得在那边找房间过夜了。这里我们干不了什么事了。”



“不过,福尔摩斯先生,那件谋杀案——”

“爵爷,我并不是说我无法破案,我仅仅是说我在这里的调查工作已经完成了。华生医生和我有些事情要办,我毫不怀疑很快我就将找到凶手。Dunnett,请叫辆马车来。”

福尔摩斯和我住进了邪恶乡的一座舒适的小客栈中。“福尔摩斯,你刚才跟公爵说的话是当真的吗?你真的相信你能揭发出谋杀者吗?”

“华生,我什么时候跟一位公爵说过谎?”

“但是——我们手头没有多少依据呀!”

“胡说,华生。且让我们列举一下有关的事实。Beetroot 小姐在午夜前被杀害了。由于庄园中有猎犬,外来人不可能进出庄园。因此凶手必定是住在庄园里的居民。Dunnett 把这些居民锁在各自的屋里;一旦他把门上了锁,屋里的人便通知公爵说他们在庄园里。Dunnett 从入口处的塔开始,最后又回到这座塔,在巡夜的过程中他进入每座塔只一次。在房间已上锁后,惟一能够进入 Beetroot 小姐的房间而又不被他人察觉的居民就是紧挨她的邻居了。但是要想进入她的房间,必须有钥匙,而 Dunnett 掌管着惟一的一套钥匙。这些钥匙是无法复制的。那么,究竟谁能干这桩谋杀呢?”

“唔——啊,当然! Dunnett! 在 Beetroot 小姐拉响她的铃表示她在房间里后,他有可能返回到她的房间。”

“正是。公爵告诉我们,Amaranth 公爵夫人——她是 Beetroot 小姐的邻居——完全是个聋子,大部分时间都在昏睡。Dunnett 有可能躲藏在公爵夫人的房间里,等 Beetroot 小姐拉铃后再返回来杀害她。”

“用吊灯?”

“他是用另一种凶器杀害她的——或许是一截水管——然后再制造出吊灯下坠砸死她的假象以消灭罪证。”

“真是一个十分有趣的推理,”我告诉他。

他点点头。“不过至今还仅仅是推理,华生。我们怎样才能证明 Dunnett 是凶手呢? Amaranth 公爵夫人在他再次出现时肯定仍然睡着,这样他就可以像什么事也没发生那样继续巡他的夜。”

“吊灯坠地时的响声肯定会惊醒某个人——”

“所有的塔彼此是完全隔绝的。不会有什么声

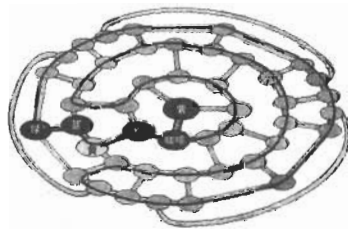


图3 Dunnett 不可能在不走回头路的情况下经过恐怖庄园的所有塔。如上图所示,他必定重新进入至少一座塔



音。”

“但 Dunnett 的巡夜岂不被耽搁了吗?”

“如果他事先已在吊灯的吊索上做了手脚的话,那也不过耽搁几分钟而已。这一时间很短,不会引起别人注意的。”

我用手使劲在额头上搽了一下。“这么说来我们完蛋了,福尔摩斯!凶手除了 Dunnett 外不可能是其他人,但这个坏蛋必定会逍遥法外。”

福尔摩斯笑了起来。“不会的,华生。如果我们走运的话,还是可以通过他自己的嘴判定他有罪的。”他递给我一张纸,其上画有一幅恐怖庄园的地图。“华生,”他说,“你来解解这个简单的问题。Dunnett 声称他每晚巡夜时要经过每座塔一次,而且仅仅一次。他从一座塔到另一座塔只能通过走道,别无他途。或许你能给我找出这样一条路线来。”

“没有问题,福尔摩斯,肯定有几百条这样的路线。”

“事实上,华生,我怀疑连一条这样的路线也不存在。我要你找的是一条所谓哈密顿回路,即穿过一个网络且经过每个节点仅一次的封闭环路。这种回路得名于威廉·若望·哈密顿爵士,他提出了下面这个难题:在二十面体各边构成的网络上找出这样一个回路来。除了系统的反复试验外,尚无已知的简单方法能够确定一个给定网络是否有哈密顿回路。”

“那么 Dunnett 已经逃脱绞索的惩罚了,因为这个网络太大,无法用试错法进行分析。”

“不一定,华生。我希望这一次我们会走运。最近我读了一位名叫 E. J. Grinberg 的俄罗斯数学家写的一些颇为吸引人的东西。他构造出了平面上任何存在哈密顿回路的网络都必须满足的一个条件。我们来看看庄园的塔构成的网络是否满足这个条件。请核对一下我搞得是否正确,华生。”

“我将尽力而为,福尔摩斯。”

“想像一个能在平面上画出的网络——这一点是最重要的,华生。虽然恐怖庄园的走道都是架空的,但它们并不交叉。且令这样一个网络有 n 个结点及一定数量的把这些结点连接起来的路径(见图 2)。假定有一条哈密顿回路把这些结点连接起来——”

“也就是说,”我打断他的话,“你的意思是我们假定有一条闭合路线穿过网络,它只经过每个结点一次。”

“正是。如果确有这样一个回路存在,我们就可推出该网络的某些特性。首先,这



个哈密顿回路有 n 条边,因为它只通过每个结点一次。不属于此回路的结点连线都是‘对角’走向的,穿过此回路的内部或外部。这些对角线将哈密顿回路的内部分成了一定数目的区域。如果有 d 条对角线,那么区域的数目必定等于 $d+1$ 。”

“为什么?”

“想像我们一次加一条对角线。哈密顿回路本身是一个区域的边界,每条对角线又产生它另外一个区域。嗯,还有另一种方法来计算区域的数目。每个区域都有一定数目的边,即围绕该区域的网络的边。假定对于每一整数 j , f_j 是有 j 条边的区域的数目。这样哈密顿回路内部的区域总数由 $f_2 + f_3 + \dots + f_n$ 给出,因此 $f_2 + f_3 + \dots + f_n = d + 1$ 。”

“这些 f_j 中有许多为零,我说得不错吧?”

“一点不错。接下来,我用两种不同方法计算出围绕这些区域的边的数目。任何一个有 j 条边的区域周围围着 j 条边,因此这些区域的边的总数为 jf_j 。”

“因此,福尔摩斯,总数应为 $2f_2 + 3f_3 + \dots + nf_n$ 。”

“嗯,不完全如此。在这样计算时, d 条对角线每一条都算了两次,即它对接起来的两个区域每个算一次。但是,回路的 n 条边则只算了一次。因此, $2f_2 + 3f_3 + \dots + nf_n = 2d + n$ 。现在将第一个方程两端乘以 2,并用第二个方程的两端减第一个方程的两端,得:

$$f_3 + 2f_4 + 3f_5 + \dots + (n-2)f_n = n - 2$$

对哈密顿回路的外部也有一个类似的方程,即:

$$g_3 + 2g_4 + 3g_5 + \dots + (n-2)g_n = n - 2$$

式中 g_j 为回路外部有 j 条边的区域的数目。最后,将上面这两个方程的两端相减,得:

$$(f_3 - g_3) + 2(f_4 - g_4) + 3(f_5 - g_5) + \dots + (n-2)(f_n - g_n) = 0$$

“了不起,福尔摩斯,真够复杂的,不过,我看不出这跟 Dunnett 的罪行有什么关系。我们一点不知道 f_j 与 g_j 的值该为多少。事实上,如果不存在哈密顿回路的话,这些值就根本不存在。”

“我希望关于存在哈密顿回路的假定将导致逻辑上的矛盾。现在,华生,如果你细看一下恐怖庄园的网络图,就会发现它的所有区域的边为 5、8 或 9 条。如果它存在哈密顿回路的话,那么根据 Grinberg 的公式就有:

$$3(f_5 - g_5) + 6(f_8 - g_8) + 7(f_9 - g_9) = 0$$

但是该网络中仅有一个有 9 条边的区域——即网络的整个外部——因此 $f_9 - g_9$



为 1 或 -1 。是的,我想我们终于可以治住那个坏家伙了。因为现在我们从逻辑上不得不推导出 $3(f_5 - g_5) + 6(f_8 - g_8) = \pm 7$ 。但这个等式是不可能找到一组解的,因为 f_5, g_5, f_8 和 g_8 皆为整数。此方程左端必须为 3 的倍数,而其右端却只能为 $+7$ 或 -7 。”

“因此,根本不存在哈密顿回路! Dunnett 在撒谎。福尔摩斯,我真由衷的佩服你。”

他对这恭维报之一笑。“谢谢你,华生。Dunnett 必定经过至少一座塔两次。他撒谎的惟一理由是,他返回去再次经过的那座塔必定就是 Beetroot 小姐住的塔。事实上,至少存在一条可能的路线经过所有的塔——除开 Beetroot 小姐住的塔外——仅仅一次。明天我们将用证据当面戳穿他的谎言。”

“太棒了,福尔摩斯。但是,你是怎么想到他的呢?”

“我给苏格兰场发了一封谨慎的电报,查对所有有嫌疑的人的档案,而且我发现他的名字叫 Hugh。”

我搔了搔头,感到茫然不解。“这有什么用呢,福尔摩斯?”

“当我收到苏格兰场来的电报告诉我嫌疑犯是‘Hugh Dunnett’后,我还能得出其他的结论吗?”