

## 3.12 生成一棵最好的树

今欲修筑连通  $n$  个城镇的公路网, 已知各城之间的公路段之造价, 设计一个筑路选线方案, 使得总造价最低。

这个实际问题的数学模型是以各城为顶构作一图, 当两城之间可以筑路时, 在两城之间连一边, 再以此段路的造价为该边之“权”, 于是得到一个加权连通图  $G(V, E)$ , 我们的任务是求  $G$  的一棵在其全体生成树当中总权最小的生成树。

上面我们已经讲过, 一个不大的图的生成树的个数也可以是一

个不可捉摸的天文数字,例如 100 个顶的完全图的生成树的个数竟是个 197 位数! 如果先求出一切生成树,再从中挑选权重最小者,这种办法只有愚公才会采用。下面我们给出一种有效快捷的算法,来求取任一连通图的权最小的所谓最优生成树,指导思想是逐次删除  $G$  的权最重的非桥边:

①在  $G$  中取权最大的边  $e_1$ , 仅当  $e_1$  为桥, 把  $e_1$  染成绿色, 令  $G_1 = G - e_1$ 。

②在  $G_1$  中取权最大的边  $e_2$ , 仅当  $e_2$  是  $G_1$  某连通片的桥时, 把  $e_2$  染成绿色, 令  $G_2 = G_1 - e_2$ 。

③反复上述过程, 直到得到一个绿色子图  $T$ ,  $T$  即为  $G$  的最优生成树, 见例图 3-12, 其中粗实线是绿色的最优生成树之边; 最优生成树总权重为 9。

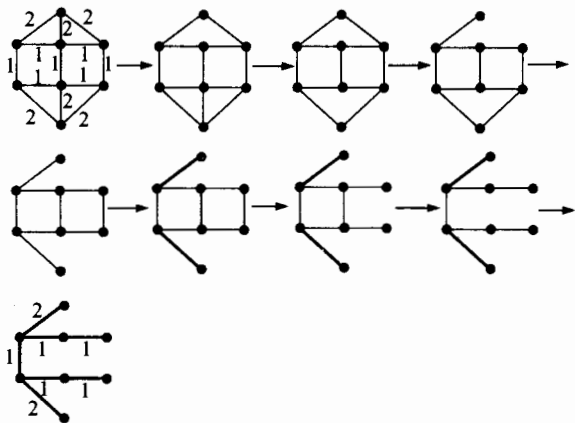


图 3-12