

3.4 图是什么

图(graph)这个字在我们这里与平日说的工程设计图、美术图画等所用的图字含义不同;图是一个数学名词,直白而言,所谓一个图是指在纸上画了 n 个点 v_1, v_2, \dots, v_n , 这些点的位置可以任意选定,则称 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为顶点集合,把 V 中的一些顶对用曲线或直线段连接,这些连线的曲直长短并不计较,设这些连线为 e_1, e_2, \dots, e_m , 则称 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 为边集合,顶集与边集作为一个整体结构,称为一个图,记成 $G(V, E)$ 。

例如七桥问题中的图 3-2 就是一个图 $G(V, E)$, 其中 $V = \{A, B, C, D\}$, $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$, e_i 就是第 i 座桥,图 3-2 中用数字 i 表示之, $i = 1, 2, \dots, 7$ 。为了明确 V 是 G 的顶集,有时把 G 的顶集写成 $V(G)$, $E(G)$ 亦相似理解为 G 的边集。

把图上的每边都加上表示方向的箭头,则称此图为有向图,每边皆无方向者为无向图,一些边有向另一些边无向的图叫做混合图。例如七桥图图 3-2 是无向图,而图 3-4 中的图是有向图。

在有向图中,一条有向边箭头所指的顶叫做该边的头,此边另一端点叫做该边之尾,例如图 3-4 中③是顶,边⑤→④中,⑤是尾,④是头。

在无向图中,边的两个端点称为邻顶,每个顶都与其余的顶相邻时,称该图为完全图,意指把一个正多边形的对角线完全画出的

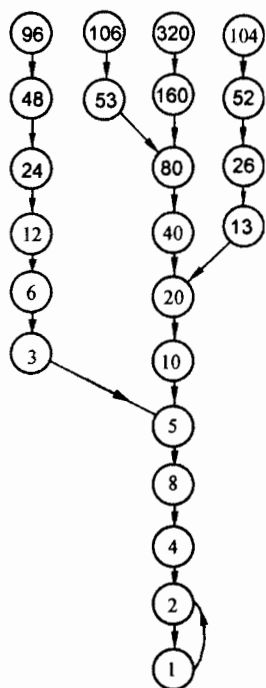


图 3-4

3-6中 $G_4 \cong G_5 \cong G_6 \cong K_{3,3}$ 。

图;如果把 $V(G)$ 划分成 X 与 Y 两个非空子集, X 中每对顶不邻, Y 中每对顶不邻, 则称此图为二分图, 意指例如人群划分成男女两性, 仅在异性间结对儿跳舞, 如果 X 中的每个顶皆与 Y 中每顶相邻, 则称此二分图为完全二分图, 意指每女与每男都全跳过舞。完全图记为 K_n , n 是顶点数, 完全二分图记为 $K_{m,n}$, m, n 分别是 X 与 Y 中顶点数。例如图 3-5 中画的是 K_5 , 图 3-6 画的是 $K_{3,3}$, 其中●顶组成 X 集, ○顶组成 Y 集。

把图看成一个橡皮绳结成的网, 可以随意拉伸摆布, 这时, 如果两图可以做到完全重合, 即双方顶对应地两两重合, 边对应的两两重合, 则称两图全等或同构, 记成 \cong 。例如图 3-5 中 $G_1 \cong G_2 \cong G_3 \cong K_5$, 图

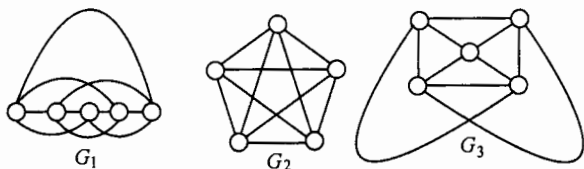


图 3-5

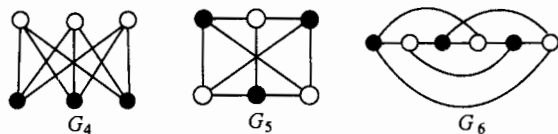


图 3-6