2.18 最优观点与最大视角

1471 年，德国数学家 J·米勒(Miller)提出如下问题：

一尊英雄塑像，高 H 米，塑像底座高 p 米，一人从远处注视塑像朝它走去，此人眼离地面 h 米，问此人走到哪一点观看塑像时，觉得塑像最大(即视角最大)?

如果人的水平视线与塑像有交点，则离塑像越近，视角越大，感到塑像也越大。

如果人的水平视线与塑像不能相交，不妨设人的眼睛离地的高度 $h<p$(如果人的眼睛离地的高度$h>H+p$，与 $h<p$ 相似地讨

论)。

如图 2-65,AB 是塑像,BC 是底座,α 与 β 是不同的视角。

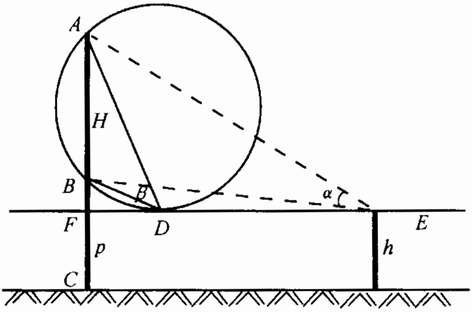

图 2-65

作距地面为 h 的水平线 DE,作圆过 A,B 两点且与 DE 相切,切点为 D,则 D 点是人眼的最优观点,$\angle ADB$ 是最大视角。

事实上,人眼在水平线 DE 上,除 D 点外,DE 上任一点皆在圆外,见图 2-66,若眼在 D 点右侧 M_1 点,连接 BM_1 与圆交于 M_2,则 $\angle AM_2B=\angle ADB$,而 $\angle AM_2B$ 是 $\triangle AM_2M_1$ 之外角,$\angle AM_2B>\angle AM_1B$。若眼在 D 点左侧,同理可证视角小于 $\angle ADB$。可见 $\angle ADB$ 是最大视角,D 点是最优观点。

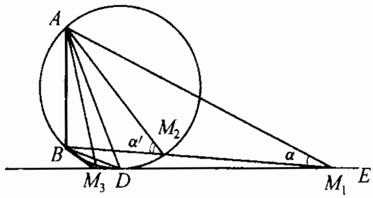

图 2-66

例如 10 尺高的塑像,安放于 13 尺的底座上,人眼高 5 尺,求最佳观点 D。

考虑由于 $FD^2=FB\times FA$,而 $FB=13-5=8$(尺),$FA=13+10-5=18$(尺),则 $FD=\sqrt{8\times 18}=12$(尺),即人眼 D 与底座的水平距离应为 12 尺,才使得塑像看起来最大。

看起来,古典的平面几何不仅仅是人类思维的健身操,不少实用

性问题也能巧妙地运用初等几何的方法得以解决，初等几何不仅有趣、漂亮，而且有用，欧几里得永垂不朽!