

7.10 数学是一种文化

现在媒体上和民间流传各种名目的所谓“××文化”，诸如“企业文化”“茶文化”“食文化”，等等，还未见媒体上有称呼“数学文化”者。事实上，数学不但是一种文化，而且是各种文化当中最为高雅、最为重要的文化之一。文化是指人类在社会历史发展过程中所创造的精神财富，文学、艺术、教育和科学都是文化。可见数学确为人类文化的重要组成部分。

从日常的语言文字当中，就可以听见看见数学文化的直观表现，例如很多成语之所以含义深刻就得益于数学，下面略举几例。

①不管三七二十一： $3 \times 7 = 21$ 是数学规律，不管三七二十一指某人干事不按规律办，有点冒险，很可能出错。

②一不做二不休：在数学中 2 是 1 的后继，某人干了一件坏事或傻事，他紧跟着又继续干另一件坏事，第二件事是第一件事的后继和递推。

③一百八十度大转弯：指一个人本来是顺着正半 x 轴行进，突然转向，沿 x 轴负半轴的方向行进，意思是他突然把自己的观点主张变成相反的观点主张，两者的方向夹角为 180° 。

④十拿九稳：指办事成功的概率为 0.90，成功的可能极大。

⑤三分治七分养：指病人康复有两种途径：治疗和休养，两方面的加权数不一致，“治”的权为 0.3，“养”的权为 0.7，应以正确的休养调理为主。

⑥三年清知府，十万雪花银：揭露所谓清官的真面目，三年的贪污受贿有十万两白银，平均每年贪污受贿 $100000 \div 3 = 33333.3$ (两)，每天平均贪污受贿 $100000 \div (365 \times 3) = 91.3242$ (两)，即这位知府大人每天搜刮民脂民膏 91 两 3 钱白银，此语定量地描述了官僚的腐败程度。

⑦不三不四：模糊数学的表达，意思是指某人不老实。

⑧略知一二：只知道 10% 至 20%，表示自己知之甚少，谦虚之意。

⑨60 年风水轮流转：意指世道周期性变化。甲乙丙丁戊己庚辛壬癸为十天乾，子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥为 12 地支，10 与 12 的“天地”最小公倍数为 60，每 60 年一轮，例如，2000 年是“庚辰年”，2060 年必亦为庚辰年。中国的《易经》，甚至民间的封建迷信算命活动之中也有数字文化的参与。

另外，音乐上的“简谱”用数字 1(都)234567 来写；家居的门窗等都造成轴对称形，等等，也都渗透着数学文化的踪影。

数学与人类文明同生共存、相依为荣的现象俯拾即是，整体人类文化当中处处含有数学文化的内容。一点数学都不懂的人必然没有文化，每年高校招生，考文科的同学也必考数学，可见数学文化对社会科学和文学艺术也是重要的基础。一个人欲使自己具有深邃的文化修养，数学是他的必修课。

当今社会日趋数学化，随着人类生活质量的提高，生产力的发展和科学文化的进步，数学文化迅速介入一切领域，高技术实则为一种数学技术，即指把现实问题转述成一个相应的数学问题，且用计算机加以解决或用数学理论定性定量地加以研究，得出那个现实问题的定量结论或重要属性。一门科学现代化的水平近似地可以用该学科的研究与表述当中所消耗的数学含量来度量。一门学科，哪怕是社会科学，如果它的数学含量短缺，则它面临着两种前途，要么被淘汰，

要么加速数学化,例如经济学、社会学已经开始数学化,且初见成效。

数学不仅仅是为科学服务的“伙计”,数学、自然科学和社会科学是三个互相促进互相渗透的“伙伴”和朋友,数学既不是科学的皇后,也不是科学的奴仆。相对而言,现代数学文化处于人类文化的较高层次,数学在近代人类文化当中是有优势的,主要依靠其准确性、严密性、抽象性和应用的广泛和无孔不入而取得了优势,加之它证明中逻辑推理的简洁有力和问题的趣味性,从而具有美学意义下的艺术性和诱人魅力。

数学文化中所使用的数学语言是高级形式的语言,它具有绘画与音乐那种全球性,甚至有人猜测它可能具有超越地球文化的广度,所以在探索是否有外星人存在时,发往宇宙的呼唤信息当中,就有意发出了数学符号和公式,企图求得知音。由于数学是表述宇宙的语言,若真有外星人,或许他们能听懂这种数学语言。数学语言中有些有趣的符号,例如

\neg :非,例如 $\neg(1=2)$,表示 $1 \neq 2$ 。

\wedge :与,例如 $(x \leq 100) \wedge (x \geq 100)$,表示 x 不大于100也不小于100,只有 $x=100$ 。

\vee :或,例如 $(x=1) \vee (y=1)$,表示 x 与 y 中至少有一个是1。

\Rightarrow :如果……,则……,例如 $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\theta = 1$,表示如果 $\theta = \frac{\pi}{2}$,则 $\sin\theta = 1$ 。

\Leftrightarrow :当且仅当,例如 $x^2 = 1 \Leftrightarrow (x=1) \vee (x=-1)$,表示 $x^2 = 1$ 当且仅当 $x=1$ 或 $x=-1$ 。

\forall :对任意给定的; \exists :存在; \ni :使得,例如, $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, \ni x + y = 0$,表示对任意给定的实数 x ,存在实数 y ,使得 $x + y = 0$ 。

数学语言符号化,精确化程度高,没有日常用语中的歧义现象。

用数学语言写成的同一个数学模型可以刻画自然界和人类社会

中许多不同的变化,数学文化统一着自然与社会的规律。例如数学模型

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 4x + 2y = 300 \end{cases}$$

表示:“鸡兔同笼,其头共 100 只,其足共 300 只,求鸡兔各几只?”也可以表示“300 元钱买来 100 支笔,其中钢笔每支 4 元,圆珠笔每支 2 元,问钢笔圆珠笔各几支?”等等。

数学文化无阶级性,不会出现某些内容因为改朝换代而废除的现象。在社会科学乃至某些自然科学当中,一代人抛弃前代人建立的理论的现象司空见惯,数学当中则是下一代人更上一层楼。

数学文化是一个人整体文化素质的重要标志。它使人说话办事条理清楚,逻辑严谨,符合理性标准,守时守约,具有准确可靠的品质。一个社会,如果多数国民的数学文化修养太低,人们心中无数,办事不守信用,言行不合规矩,经营不知得失,那么这个社会绝不会繁荣。为什么在经商中文化程度高的人容易赢利致富,一个重要背景是这些人有数学头脑,是数学中的运筹优化观点和风险观点在起作用。

在自然科学当中数学文化起着车马桥舟的作用,在科学史上受惠数学得到成功的事件数不胜数,例如丹麦伟大的天文学家第谷十余年食宿山头,日夜观测天象,积累了巨量的天文数据,可叹至死未找出星辰运行规律的准确公式。第谷去世后,弟子开普勒接过师长的宝贵资料,进行数学分析和推理,终于得出第谷梦寐以求的行星运动三大定律。行星运动三大定律是人类科学史上最重大的成就之一,是数学文化与实验科学联姻哺育的天文学长子。科学史上第二个精彩事例是英国的亚当斯和法国的勒维烈通过复杂的数学分析与推理,预报了当时尚无人所知的一颗行星的存在。且明确预报了这颗星必于何时出现于何处,结果人们果然在其时其地观测到了这颗

星的出现,这颗星就是今日所称的“海王星”,是太阳系的第八颗行星;数学文化,叹为观止!

数学文化在人类科学技术和精神文明中的作用,不论怎么估计,也不会过分。

由于数学文化需要经过艰苦勤奋的学习才能获得,不肯动脑动手的人难以修成,外表又不似电视小说等别样文化那般通俗易懂,声色俱全,加之搞数学的人清苦贫寒,无职无权,容易被崇拜权钱的庸人所不敬,所以目前具有数学文化修养者并不占国民之多数,古今中外,都是如此,不怪大数学家 P. R. 哈尔莫斯感叹道:“甚至受过教育的人们,都不知我的学科的存在,这使我感到伤心!”数学是看不见的文化。