1.8 路路通

“四四呈奇”是历史上有名的数学趣题，中、外数学名家们都曾加以研究，其中有英国剑桥大学罗斯鲍尔教授，美国数学科普大师马丁·加德纳先生，苏联数学家柯尔詹姆斯基，中国数学会第一届理事，扬州中学数学教师陈怀书先生，西北工业大学姜长英教授，著名数学教育家许莼舫先生等。用加、减、乘、除、括号、小数点、循环节、根号、阶乘以及数字的并列等符号，连接四个 4，可以组成从 1 到 100 以上的各个自然数。

各位前辈学者的办法各不相同，有繁有简，大异其趣，真是“八仙过海”，各显神通。

以下 12 个式子，是许莼舫先生的办法

$$\left(\frac{4}{4}\right)^{4-4}=1, \qquad \frac{4!}{\sqrt{4}}\div\frac{4!}{4}=2$$

$$\frac{4!}{\sqrt{.\dot{4}}}\div\frac{4!}{\sqrt{4}}=3, \qquad \sqrt{4}+4!\div\frac{4!}{\sqrt{4}}=4$$

$$\frac{\sqrt{4}}{.4}\times\frac{4}{4}=5, \qquad \frac{4!}{.4}\div\frac{4}{.4}=6$$

$$\frac{4!+4}{\sqrt{4\times4}}=7, \qquad \frac{\sqrt{4}}{.4}+\sqrt{\frac{4!}{.\dot{4}}}=8$$

$$\frac{4!}{\sqrt{4}}-\sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}}=9, \qquad \frac{4}{.\dot{4}}+\frac{4}{4}=10$$

$$\frac{4!}{4}+\frac{\sqrt{4}}{.4}=11, \qquad (4+\sqrt{4})\,(4-\sqrt{4})=12$$

下面再给出马丁·加德纳的结果，似乎简单得多，然而从另外一个角度讲，也是“仁者见仁，智者见智”，可谓各有千秋

$$1=\frac{44}{44}, \qquad 2=\frac{4}{4}+\frac{4}{4}$$

$$3=\frac{4+4+4}{4}, \qquad 4=4\times(4-4)+4$$

$$5=\frac{(4\times4)+4}{4}, \qquad 6=4+\frac{4+4}{4}$$

$$7=\frac{44}{4}-4, \qquad 8=4+4+4-4$$

$$9=4+4+\frac{4}{4}, \qquad 10=\frac{44-4}{4}$$

$$11=\frac{44}{\sqrt{4}+\sqrt{4}}, \qquad 12=\frac{44+4}{4}$$

当然，加德纳先生也不是不用复杂解法的，例如，他曾在《科学美国人》数学游戏专栏内，出过一道怪题："怎样用四个4来表示113呢?"许多人都被他考住了。能找出正确答案者寥寥无几。

"解铃还须系铃人，"后来加德纳先生自己给出了答案，那就是

$$\frac{4!}{.\dot{\sqrt{4}}}+\frac{\sqrt{4}}{.4}$$

由于此式比较复杂，让我们稍作计算

$$原式=\frac{24}{\frac{2}{9}}+\frac{2}{\frac{4}{10}}$$

$$=24\times\frac{9}{2}+\frac{20}{4}$$

$$=108+5=113$$

以上两位专家的研究，虽然是曲尽其妙，但都是就四个4来大做文章的，如果我们把题目改一改，用四个5或四个7来表示1，2，3，4，……各数，那又怎么办呢?原来的办法肯定不中用了，非另起炉灶不可。

说到这里，我忽然想起法国著名科幻小说作家儒勒·凡尔纳的名作《八十天环游地球》，那里有一个滑稽丑角路路通，每到危急关头，他便出来济困扶危，排难解纷，助人为乐。起到了"山重水复疑无路，柳暗花明又一村"的作用。

令人欣慰的是，我们真的能够在浩如烟海的苏联出版的、俄文数学文献里找到这些"路路通"的式子，譬如说

$$2=\frac{n}{n}+\frac{n}{n}$$

$$4=\frac{n-.\dot{n}}{.\dot{n}+.\dot{n}}$$

$$7=\frac{n-.\dot{n}-.\dot{n}}{.\dot{n}}$$

$$12=\frac{n+.n+.n}{.n}$$

$$17=\frac{n+n-.\dot{n}}{.\dot{n}}$$

这些式子中的 n 可以取 1，2，3，4，5，6，7，8，9，随便哪一个都行，你相信吗？

不妨就最后一个式子，用 $n=7$ 来验证一下，这时

$$\frac{n+n-.\dot{n}}{.\dot{n}}=\frac{7+7-.\dot{7}}{.7}=\frac{14-\frac{7}{9}}{\frac{7}{9}}$$

$$=\frac{13\frac{2}{9}}{\frac{7}{9}}=\frac{\frac{119}{9}}{\frac{7}{9}}=\frac{119}{7}=17$$

“不怕不识货，只怕货比货”，看来是要让苏联学者棋高一着，力压群英了！

1.9 在 x^2 年我有 x 岁

只有贡献最大，成就最突出的学者才能收入《数学大百科全书》，德·摩根便是其中的一个。他是英国人，从剑桥大学毕业后，年仅 22 岁时就被破格提升为大学教授，并于 1866 年起