7.1 7 的奥秘

众所周知，“星期”同年、季、月、日、时、分、秒一样，是极其重要的时间计量单位。《圣经》的第一章里就提到了“星期”。因此，西方人的工作、生活、休息、娱乐中，处处都离不开“星期”这个重要的时间单位。在世界某些国家的首都或经济发达的大城市中，连工资也是按“周薪”发放的。

不要以为“星期”完全是由西方传入的舶来品，其实我国古书里头写得明明白白：“日月五星，谓之七政”，所谓“五星”，指的是金星、木星、水星、火星与土星。中国古代把星期天称为“日曜日”，星期一到星期六分别叫做月曜日、火曜日、水曜日、木曜日、金曜日和土曜日。现代日语里至今还是这样叫法，而这是他们所派出的“遣唐使”从中国的大唐王朝学来的。

计算星期几，当然不可避免地要同 7 的整除特性挂起钩来。2004 年是个闰年，有 366 天，折合 52 个星期零 2 天。2004 年元旦是星期四，所以 2005 年的元旦肯定是星期六了。

说到这里，人们不禁想起一道极有名的数学题：“如果今天是星期日，那么 9^{9^9} 天后是星期几?”按照规定，这种“三

层楼”的数目，计算乘方是要从上面算的，9^{9^9}天实在太长了，远远超过了宇宙的年龄。其实说到底，这个题目就是看你能否很快判断出一个极大的数字能不能被7整除。

太大的数字判断起来有困难，那么能不能把它改造为一种游戏呢？

让我们来做个简单的游戏，从中摸索出一些方法。在一个口袋里装着10张卡片，每张上写一个数字，不重不漏，正好是0，1，2，3，4，…，8，9。每次从口袋里摸出4张卡片，组成四位数，共有24种组合。把这24种组合中所有能被7整除的数目找出来，谁找得全，找得快，谁就是优胜者。

很显然，这样的比赛难度不小，当然要规定不能使用计算器。

随便举个例，譬如说，对1，3，6，8这四张卡片来说，仅有四种组合能被7整除，它们是

$$1386 \div 7 = 198 \qquad 1638 \div 7 = 234$$

$$8316 \div 7 = 1188 \qquad 8631 \div 7 = 1233$$

仅占全部组合的4/24，即1/6。

然而对2，5，7，9这四张卡片来说，能被7除尽的四位数却有2597，2975，7259，7952，9275，9527共六种组合，占了1/4。

我们知道，要判别一个数能否被3或9整除是很方便的，只要看各位数字之和能不能被3或9整除就行了。例如，1008肯定能被9整除。但对7来说，就没那么简单了。

其实7也有它的规律，你看，用7作除数时，10的整数次方的余数如下：10^0余1，10^1余3，10^2余2，10^3余6，10^4余

4，10^5 余 5，有时余数也可用负数表示，例如余 6 就是余 -1，余 4 就是余 -3，余 5 就是余 -2。

以后每隔六位，就周而复始地重来一遍。有了这个规律，只要稍作计算，判断一个数能否被 7 整除就相当方便了。只要把每一位数字乘上它所对应的余数，如果它们加起来等于 7 的整数倍，就肯定能被 7 整除。例如，判断 4312 能否被 7 整除，由于 $4\times(-1)+3\times2+1\times3+2\times1=7$，所以它肯定能被 7 整除，事实上 $4312\div7=616$。

有一位头脑机灵的孩子发现了更好的“翻倍运算法”，拿 $abcd$ 这个四位数来说，可以把 ab（看作一个二位数）翻倍后与 cd 相加，如果得到的是个二位数，那就可以一眼看出能否被 7 整除了。例如，2009 能被 7 除尽吗？用他的方法，$20\times2+9=49$，恰好是 7 的倍数，所以 2009 一定能被 7 除尽无余。

不信，你可以试试。