

6.12 2002 的回归

总感到 2002 这个数有点不平常。2002 是个回文数，而下一个回文数年将是 2112 年，已经进入 22 世纪的第二个十年了。如今虽说医学发达，社会进步，建设蒸蒸日上，但超过百岁的高龄老人毕竟少而又少。近代大书法家之一、德高望重的南汇苏局仙老先生以 111 岁的高寿驾鹤西归，告别人世，更属凤毛麟角。有人认为这种概率小到一亿分之一以下。此项说法虽然也有人不以为然，但在中国 13 亿多的人口之中，你能说得出 13 个“苏局仙”吗？总而言之，在 2002 这个“马年”出生的婴儿，他或她在下一个回文年重新欢度其生日的概率实在是微乎其微的。

记得已逝世的广东著名作家秦牧先生曾说过一句名言：“无事好作非非想。”秦牧先生的许多精彩文章得力于他的“非

非想”，若有神来之笔。“非想非非想处天”是一个佛学名词，是无色界的最高天，生活在那里的人，寿命差不多等于无穷大，又不造恶业，他们漫长的时间又怎样去打发呢？

我们不妨以四位数 2002 作出发点，进行一种特殊的数字变换。办法挺简单，把四位数字相加起来，将所得的和数作为其“后裔”，如果和数是 10 以上的两位数（也包括 10 本身在内），就只取和的个位数，而略去十位数。“后裔”一旦产生，原四位数的最高位数字就“退场”了，也就是“下台”，由原数的第二、三、四位数与新产生的数字组成一个新的四位数，这样便得出了“第二代”。不难看出，通过此种变换，2002 变成了 0024。为了帮助大家迅速掌握、理解，下面不妨再举几个例子

0024 → 0246 → 2462 → 4624 → 6246 → …

笔者写文章喜欢用人间的众生相来作解说词，力求避免干巴巴的、枯燥乏味、而且可憎的数学语言。对于上述的变换，也能作出一种通俗解释：像是由新当选的议员与任期未了的议员（西方许多国家的议员任期六年，每二年改选总数的三分之一）组成下一届的国会，这种做法，既可注入新鲜血液，又能以老带新。

不难看出，由此得出的一系列四位数不仅全是偶数，而且四个数位上决不会出现 1, 3, 5, 7, 9 等奇数。它们宛如古典名著《镜花缘》中的“女儿国”。古希腊的毕达哥拉斯就认为，奇数为阳，而偶数为阴嘛。

如此源远流长，生生不息，一代又一代地世代交替下去，于是，一个有趣的问题被提上了议事日程：是否有朝一日，2002 将会重新回归呢？事实上，只需运用同余原理，一些简

单的代数数论，通过形式逻辑是不难证明“存在”与“唯一性”的。

不少人身上似有一种痼疾，一旦证明了“存在唯一性”，他们便认为大功告成，从此可以丢开不管了。要不要把“解”真的求出来，他们往往认作“下里巴人”的活，不屑为之。

近年来电脑的发展已经在很大程度上力矫此弊，使许多人幡然醒悟。对于这个问题，我们自然要有把它们追查到底的决心。你不曾听说过圆周率 π 已算到千亿位以上的科技新闻吗？相比之下，下面的数字只有几百位，仅仅是沧海一粟，不仅如此， π 的数字杂乱无章，毫无规律可言（至少人们尚未掌握其规律），而下面的数字则是趣味盎然的，所以我们还是应该把这个长长的数字串（用它来替代各个世代的四位数，这是一种数字压缩技术，可以省去无数笔墨）全部打印出来（更有甚者，对于不大熟悉电脑的人，只要有足够的耐心，仍然可以通过手算来一查到底）

200246246808288646404420068486644042062086600280008
8624028448406882426468420406006286284046448282022600842
4882202608604880064000448620642242084462682842602080086
4864202822464606680042624466068048024400820002248608266
2604228684642680604004824826064662828088400268622880840
240622004600066248046886802664842826840802002

写到这里，总算到了头，好比跑万米的人跑到了终点。请看，经过 313 步后，2002 终于重新回归。原来，数字串是有周期性的，周而复始，返本穷源。然而，这种周期性却绝对不同于三角函数（正弦、余弦、正切等）或循环小数的周期，其行径不禁使我们想起了每 76 年左右回归地球附近一次的哈雷

彗星！

有趣的是，在这个庞大的家族里，除了 2002 之外，我们还能看到 4004，6006，8008 等回文数，它们同样可以经过 313 步之后而重现。说得更准确一些便是：第 313，314，315，316 位的四个数字同第 1，2，3，4 位全然雷同。数字串无所谓头，无所谓尾，它是一条咬住自己尾巴的长蛇。313 可谓一个特征数。

应当指出，0000 这个四位数极为特殊，它既无“父母”，又无“后裔”，独善其身，同别的四位数组根本不搭界，它孤芳自赏，是个“自我封闭”的小天地。

我们的实验当然不能就此止步。因为电脑会告诉我们，家族中仍然存在着大量的“漏网之鱼”。于是，我们只好发动“第二波”攻击，结果得出了下面又一个长长的数字串。但是，这一次我可不想把全部数字罗列出来了。毕竟，文章是不能写得太长的，所以恕我只好使用省略号

0020248484406...4444...2222...6666...2882...0020

但我心有未甘，所以还是写出了数字串中一些怪异的四位数。同上面所说的一样，也是经过 313 步，0020 又重现了。

上述两大家族，我们可以称之为集合 S 与 T ；进而发现，这两个集合之间没有公共元素，而两者之并则构成了挖去 {0000} 之后的全集。如果采用集合论的语言，就是

$$S \cup T = U; S \cap T = \emptyset (\emptyset \text{表示空集})$$

记得从前有一出很著名的京戏，名叫“阴阳界”。我们不妨借用其名称来描述这两个集合 S 与 T ，它们是各唱各的调，各吹各的号，河水不犯井水，真是“鸡犬之声相闻，老死不相往来。”它不禁令人想起近代天文学上的“平行宇宙论”。苏联

科学院一位院士提出的“影子世界”，名称虽然不同，其实质也是大同小异。

第二个特征数 152 的发现令人侧目。下述七对四位数（有的选自 S 集合，有的选自 T 集合）

2002 与 8008	0068 与 0042
6464 与 4646	2468 与 8642
2800 与 8200	4806 与 6204
2628 与 8482	

在间隔 152 位以后可以相互转化，真是“你中有我，我中有你”，152 是一个常数，乃运程之本。例子也远远不止七对，你们自己去找吧！让我再指出这些对子的特性：2, 8 互补；6, 4 互补；0 自己与自己互补。

犹如“周期表”中化学元素核外电子的壳层 K, L, M, N, \dots 那样，上述“阴阳界”里还有第三个，第四个……特征数。由于篇幅所限，我在这里只想再讲一个特征数，间隔 74 位，讲过它以后，就要搁笔了。

不难看出，四位数 6464 在间隔 74 位后将变为 8282；而下面的“地水火风”（即佛教里所谓“四大皆空”中的“四大”）轮转现象尤其使人怦然心动。

4444	→	2222		2000	←	4000
↑		↓		↓		↑
8888	←	6666		6000	→	8000

最后想简略地说一说此种探讨的契机。一是看了“旷代奇才”还珠楼主（原名李寿民，四川长寿人）的武侠小说。他认为，人的肉体与灵魂在被对方用飞剑斩杀，形神皆灭以后，经过千生万世的“六道轮回”（天，人，阿修罗，地狱，饿鬼，畜生）之后，仍有可能回到老家来的。梁羽生、金庸等武侠名

家无疑也受到了还珠楼主的重大影响。

其次是我在《科学美国人》(Scientific American)杂志上看到了几十幅虚拟现实与数字图像处理的图片，其中有一幅法国大数学家庞加莱(Poincaré，号称最后一个能通晓全部数学的“全才”与“天才”)的肖像，在经过极其复杂的变换以后(人家自然不肯透露)，不久就消失得无影无踪。然而经过漫长的“世代”(不要忘记，超高速电子计算机可以把一个“世代”压缩到 10^{-7} 秒，甚至更小，所以实际经历的时间其实并不漫长)之后，他的头像忽然又须眉毕露、毫发无损地“复活”与“重现”了。

数学、电脑与幻想三者相结合，必将创造出人间奇迹！但愿我们的电脑不要浪费在无聊地打打游戏机，或者“网上聊天”等活动上面。