

6.10 紫砂茶壶的启示

明朝作家周高起在其著作《阳羨茗壶系》（注：阳羨即江苏宜兴的原来地名）中说：明朝正德年间有一个奇怪的和尚，沿街大叫“卖富贵！卖富贵！”村民讥笑他，他却反问：“贵者不买，买富如何？”接着便带邻村人上山，发现了五彩缤纷的陶土，当地人以此为业，历经数百年而不衰。

诗人吴骞有诗为证：“金沙泉畔金沙寺，白足禅僧去不还”，这位异僧就是阳羨茗壶的创始人。

紫砂壶的美，在于壶泥，壶色，壶形，壶款，壶章，题铭，绘画，书法，雕塑，篆刻诸艺，共融于一体。因此早在明、清两代，即有“泥土与黄金等价”之说。《砂壶图考》曾记，“扬州八怪”中名气最大，以诗、书、画三绝为世所称的

郑板桥曾自制一把紫砂壶，亲笔题词曰：

嘴尖肚大耳偏高，
才免饥寒便自豪，
量小不堪容大物，
两三寸水起波涛。

这把郑板桥亲手制造的茶壶，如果能传到现在，那当然价值连城了。紫砂陶器曾参加巴拿马赛会、巴黎博览会（1927），并在百年一度的芝加哥博览会（1932），伦敦国际艺术展览会（1935）获得过金质奖章，为中国陶瓷史写下了光辉的一页。

随着我国经济实力的不断增强，上个世纪流失海外的艺术品乃至国宝，通过各种途径回到了祖国怀抱。紫砂茶壶是最具代表性的茶具之一，明朝的池大彬，清初的陈鸣远，都是制壶专家，这些艺术珍品，即使残破缺损，价值也是非同小可。

爱好茶壶者大多是文人雅士，有的茶壶边上还有题词。

据说有一只紫砂名壶上题写了五个字：

可以清心也

题词表面上看，似乎平淡无奇，但是有一个头脑机敏的士大夫注意到，如果把最后一个字调到前面来，读作

也可以清心

句子依旧很通顺，而且寓意深长。于是他干脆一不做、二不休，继续循环往复地读诵，结果得出句子：

心也可以清

清心也可以

以清心也可

看来中国文字真是奇妙透顶，任何别的文字都是办不到的。

能不能再找出一个例子呢？《康熙字典》里收录了四万多字，还不包括后来才问世的氢、氧、氮、锂、钠、铀等，是一个非常庞大的集合，从中筛选，难度甚大，因而至今也找不出第二个例子。

孤掌难鸣。张小泉、雷允上等老店都有仿冒的。既然文学里头找不到，能不能像牛顿那样，到数学王国的海滩上去拾贝壳呢？

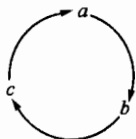
我在青少年时期，学到了优美的余弦定理

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

这种循环往复，轮换对称之美，着实使得我吃了一惊。



三角里头，类似的公式还有一大堆，例如三角形面积公式，正切定理，模尔外得公式，用边来表示的半角公式等等，真是洋洋洒洒，蔚为大观。向量、球面三角等数学分支中，也有不少类似的东西。

不过，感到遗憾的是，三个以上元素的“轮换对称”，实例就非常少见。尽管在群论与高维空间几何里也不乏其例，但这些数学分支比较高深，并不通俗易懂，饶你说得舌敝唇焦，别人却听不懂，更加谈不上欣赏了。

常言道：“踏破铁鞋无觅处，得来全不费功夫”。某年初冬的一个傍晚，我应邀到上海打浦桥南面的卢湾高级中学去参加校外导师团会议，散会后打算乘 41 路公共汽车回家，由于道

路堵塞，车子始终无影无踪。正好瑞金医院门口开出了一辆外地牌照的面包车，14965，我就搭了他们的便车开到平安大戏院附近的 738 路起点站，然后顺利地回到了大华新村。

幸亏有了它，否则在车站上死等 41 路，真不知等到何年、何月、何日？想到这里，我竟稀里糊涂地把 14965 去除以 41 了。居然除尽了，得出了商数 365。

夜色已深，平时拥挤不堪的 738 路上乘客不多，没有人站着。我坐在位置上将这个五位数用“长江后浪推前浪”的办法逐位平移，顺次得到了 49651，96514，65149，51496 四个五位数，居然个个具都能被 41 整除！（图 6-2）

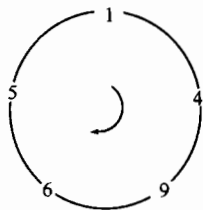


图 6-2

回到家里，心情非常高兴，心头怒火早已烟消云散！原来我在无意中得到了同紫砂茶壶上五个题字几乎一模一样的数字模式。

此事使我又惊又喜，紧接着连忙问自己，如果进行逆时针方向的旋转，结果又将如何？

经过检验，15694，56941，69415，94156，41569，统统都是不行的，它们之中，没有一个能被 41 整除。

随即继续思考：三位数能行吗？譬如说：用 41 去乘 19，结果得出 779，但是，797 不能被 41 整除，977 也不行！

四位数行不行呢？用 153 去乘 41，得出乘积 6273，然而 2736，7362，3627，一个都不行！

那么，六位数呢？352641 是可以被 41 整除的，然而 526413，264135 等全是失败的！

够了，够了！大家都知道，在数学里头，证明一个命题不

容易，但是想要推翻的话，只要举出一个反例就可以，这已经成为数学里头的规矩。

由此看来，五位是同 41 紧密挂钩的特征数！少也不行，多也不行，简直有点神乎其神，其中必然大有名堂。

我又想到，14965 是偶然出现的，有着极大的随机性，任意性。于是我不用 365 做乘数，改用别的数目去乘 41，但要求得出之乘积必须为五位数。

结果竟和预期完全吻合，由此而得来的五位数全都是有循环往复的“紫砂茶壶”性质。

满足条件的候选对象实在太多了，笼统一点讲，只要满足下列不等式

$$271 \leq N \leq 2439$$

的 N ，且其末位数不是零（加上这个限制的原因是由于以零开头的数通常不视为真正的五位数，从而须在循环往复中予以剔除）就都可以用作乘数。懂得了这个道理以后，五位数中间有零的情况自然也不算。

虽然根据“纯粹性”原则，排除了一些有瑕疵的五位数，然而合乎条件的还是太多，违反了“物以稀为贵”原则。东西太多就不值钱了，但这也不能一概而论。我们的银河系拥有一千亿颗以上的恒星，其中很可能存在着比我们更先进的“外星人”，你会嫌它太多吗？

我想这一切肯定同循环小数的本质有关。事实上

$$\frac{1}{41} = 0.\dot{0}243\dot{9}$$

循环节正好有 5 位。我要追问一句：那么 2439 有没有这种“可以清心也”的奇妙性质呢？要知道，41 是个素数，而 2439

却是一个合数，两者根本不一样。

随便挑个因子来乘一下吧，当然，必须要求乘积不多不少，正好是五位数，而且乘积中不含有零。例如 $2439 \times 8 = 19512$ ，经检验可知，95121，51219，12195，21951 统统都能被 2439 整除，预料全都应验。

我们再次找到了有“紫砂茶壶性质”的集合，但其成员个数却比上面所提到的集合成员个数少了许多。不过，它的存在是可贵的，因为我们终于查明了对偶原理的无所不在性。而以前人们只知它在射影几何等少数领域里是一而再，再而三地“露峥嵘”的！

以上所说的现象当然普遍存在，41 与五仅仅是“冰山一角”。要知道，循环小数具有异常丰富的内涵与外延。我们在本文中，很轻巧，很不吃力地把整除性，集合，不等式，轮回对称，对偶原理乃至数学与文学思维的共性等许多不相干的内容融为一炉。如果我们依然固执成见，认为只要学会循环小数怎样化成分数就已足够，那真是鼠目寸光，入宝山而空还了。