

## 6.9 素数高产田

素数分布的规律是数学中一匹桀骜不驯的野马，挫败了古往今来无数研究者的努力。一些表面上看起来十分简易的问题，例如所谓“双胞胎素数”（“孪生素数”）11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, ……是否无穷无尽？至今都还不能肯定。

瑞士大数学家欧拉勤奋非凡，他晚年双目失明，还在孜孜不倦地研究数学，一直战斗到了生命的最后一刻。他一生中得出了无数成果，逝世到现在已有两百多年，而他当年的论文与著作仍在重印。据最新消息，有关方面正在考虑出版他的全集，预计将会超过 75 卷！

下面我们介绍一下所谓的“欧拉三角形”，它的形状像是一座“宝塔”，但它同杨辉三角形等常见题材不同，宝塔虽大，层数却是有限的。其实，这也符合宇宙之间的常理，现在世界上的高层与超高层建筑越造越高，但总是有限度的。

欧拉三角形的宝塔尖只有一个数，就是 41，至于别的数目，我们可以按照从小到大的自然顺序依次写下去，即

$$\begin{array}{c} 41 \\ 42 \text{ ④} 44 \\ 45 46 \text{ ⑦} 48 49 \\ 50 51 52 \text{ ⑩} 54 55 56 \\ 57 58 59 60 \text{ ⑬} 62 63 64 65 \\ 66 67 68 69 70 \text{ ⑯} 72 73 74 75 76 \\ 77 78 79 80 81 82 \text{ ⑳} 84 85 86 87 88 89 \\ \dots \end{array}$$

常言道：“救人一命，胜造七级浮屠”，为了节省篇幅起见，请允许我写到七级为止吧！

不知道你们注意到了没有：中轴线上出现的数统统都是素数，尽管它未能把所有的素数都囊括进去，发现这样的规律已经很了不起。

这个宝塔造得又高又大，高达 40 层，中轴线上的数只是到了 1681 才不灵验了，因为

$$1681 = 41 \times 41$$

不是素数了。

可以说，欧拉三角形真是一个十足的素数“丰产田”呀！你想知道其中的奥妙吗？请考虑二次三项式

$$x^2 - x + 41$$