

## 4.7 蒙特·霍尔问题

一般公众对数学问题往往敬而远之，但有时数学问题也可以成为热点，轰动一时。

题目的设计者玩弄诡计，用通俗方式表达了一个概率趣题，并用一种事先经过深思熟虑，故意“节外生枝”的手法把问题弄得扑朔迷离，这样一来，就把广大公众吸引了过去，并在事后掀起了一场争论的余波。应该说，在数学的传播中，这样的事例是非常少见的。

电视节目主持人让你看三扇关着的门：1号门、2号门和

3号门：主持人告诉你，其中一扇门的后面有一辆汽车，另外一扇门的后面，奖品价值微不足道，譬如说，只是一只垃圾桶。你可以从中选择一扇门，选定以后，这扇门后面的东西就归你了。这真是刺激眼球的好玩意，你当然希望得到汽车，但你只能凭运气，随意选择一扇门，此外别无良策。现在假定你已选中了一扇门（3号门），但在打开它之前，节目主持人打开了另外两扇门中的一扇（2号门），让你看到了垃圾桶。现在还剩下两扇门了，其中一扇门的背后有汽车。节目主持人鬼得很，他说，现在给你一个机会，允许改变原来的选择。也就是说，你是要坚持3号门呢？还是换成1号门？

99%的人面临这一挑战时将会坚持他们原来的选择，其理由是，这是一种50对50的选择，干吗要改变主意？不过，这里头有点小小的花招，使问题变得非常诡诈。其实，它并不是50对50的选择，因为节目主持人打开了一扇他明知有垃圾桶在内的门，目的当然是存心制造紧张气氛。你所选中藏着汽车的门的机会是 $1/3$ ，而它在另外两扇门中之一的机会为 $2/3$ 。当节目主持人打开藏着垃圾桶的那扇门之后，另外的门中藏着汽车的机会仍然是 $2/3$ 。

可是，经验告诉我们，上述简短的解释显得力度不够，无法说服批评家与心存疑虑者，他们认为改变选择也许不失为一种好主意。不过，最好的办法还是要通过实验来搞清楚。下面就来介绍一种模拟实验的方法。

请一位朋友（我们不妨称之为阿Q）来发三张牌，其中有一张A，发牌时，张张牌都要面朝下。阿Q必须心中有数，究竟哪张牌是A。要求你挑出A牌，它就代表汽车。

你得先认定一张牌，然后阿Q翻转一张他肯定知晓不是A

的牌。于是他问你，要不要换一张牌，还是坚持原来的，在你作出决定之后，把牌翻了过来，于是，真相大白了……

通过做随机实验，大致情况如下；如果你坚持原来的牌，那么你大致有相当于总数 $\frac{1}{3}$ 的机会赢得比赛，如果你决定换牌，那么你将拥有相当于总数 $\frac{2}{3}$ 的机会赢得比赛。总之，肯定超过一半。除非你特别晦气，极不走运。请把这个游戏至少玩上10次，你就会开始明白，为什么它并不是50对50的道理。

最后要把历史考证简单交代一下。尽管现在大家都称它为蒙特·霍尔问题，实际上它起源于20世纪的30年代，甚至更早些。看来极不可能在蒙特·霍尔的出场表演中有过文中所描述的情节。按照他本人的说法：“在台上，我的确出示过藏在某一扇未选中的门背后的东西，但我记不起我曾给参赛者提供过什么机会，要他考虑是否调换一下原来选中的门与剩下的一扇门。我曾问过许多同事，他们能否想得起来我曾有过那种表演，除了一个人以外，别人统统都说没有那种事情。”