

## 4.1 方程求根赌输赢

生活中的博弈现象无处不有，但通过方程来赌输赢，那倒是凤毛麟角，非常少见的。其实，说穿了，它的赌法非常高雅，只是一种智力的角逐，同赌钱毫无瓜葛。

大毛是个很机灵的小伙子，他发现了一种数学游戏，在纸上写下一个一元三次方程，暂时留下三处空白

$$x^3 + ? x^2 + ? x + ? = 0$$

然后请甲、乙两人依次填空，甲先乙后，即甲先填一个，乙填一个，最后甲再填一个，要求填进去的数都是整数，正、负均可。

三个？都落实了整数以后，要求该方程必须有三个整数根。大毛认为，如果让他充当甲的角色，他一定能做到。

他拿了这个游戏去问小苗。小苗觉得由于乙可以任意填入一个数，而且有两个位置可以选择，“自由度”很大，甲输掉几乎是百分之百的事情。所以她对于大毛在她面前夸下的海口，认为毫无把握。不要说取胜了，连打平都没有信心。

可是，大毛倒真的说对了，说明他很有预见性。试问，他是怎样具体操作的呢？

甲可以先填  $x$  的一次项，使其系数为  $-1$ ，此时方程的形

式变成

$$x^3 + ?x^2 - x + ? = 0$$

这时，如果乙在  $x^2$  项中填入系数  $N$ ，则甲在常数项（不含  $x$ ）中填入系数  $-N$ ，譬如说，如取  $N=7$ ，则此时方程成为

$$x^3 + 7x^2 - x - 7 = 0$$

$$x(x^2 - 1) + 7(x^2 - 1) = 0$$

$$(x - 1)(x + 1)(x + 7) = 0$$

最后，解出来的三个根当然都是整数，如果乙在常数项中先填数，则甲的处理手法也类似，最后还是能够达到目的。

总而言之，在本游戏中，甲可以先占领制高点，最后又随乙而变，采用线性函数的正确应对方针，真是占尽便宜，甲的优势是明显的。

但如果甲的第一步走错，那就落败无疑。

说白了，它是一个因式分解与一元方程相结合的妙题。