

## 1.3 嘉庆皇帝出妙题

清朝嘉庆皇帝爱新觉罗·颙琰在位 25 年，社会比较安定，科技也有一定的发展，通晓古算的人才也不断涌现，其详情请参看《畴人传》这本专著（“畴人”是古人对数学家的称呼）。

嘉庆曾编过一道数学趣题：有人花 100 两银子买了 100 头牛，大牛每头值 10 两，小牛每头值 5 两，牛犊每头值半两。试问：此人买了大牛、小牛与牛犊各多少头？

这是一道不定方程问题，但它在解题中有一些独特技巧，得出来的答案是唯一的。

设大牛、小牛与牛犊分别买了  $x$ 、 $y$ 、 $z$  头，则据题意可列出方程

$$x + y + z = 100 \quad (1.3)$$

$$10x + 5y + \frac{1}{2}z = 100 \quad (1.4)$$

把 (1.4) 式乘以 2 以后减去 (1) 式，我们可得出

$$19x + 9y = 100 \quad (1.5)$$

从 (1.5) 式可知， $x$  的值不能超过 5。把 (1.5) 式变形，改写为

$$x - 1 = 9(11 - 2x - y) \quad (1.6)$$

于是马上可以看得出， $x - 1$  必定是 9 的倍数，于是  $x$  只能等于 1，代入后，马上就可算出  $y = 9$ ， $z = 90$ 。

所以此人买了 1 头大牛，9 头小牛，90 头牛犊。总而言之，便是：一百两银子买一百头牛。

(1.6) 式的技术处理是相当关键的一步，它可以省掉繁琐的列表与讨论。