2.4 一箭双雕

解放战争时期，我军某部队属下有一个骁勇善战的加强营，正在苏北一个地形复杂的地区作战。凶悍的敌人凭借着地堡、交通壕等坚固工事，负隅顽抗。图 2-9 上 A、B 两处是敌

方的炮兵阵地与特务团。为了便于攻击，我军选了与 A，B 两点距离相等的 C 作为营部。上级命令，加强营指战员们必须在最短时间内拔掉敌人的这两颗毒牙。

图 2-9

战斗打响以后，敌我双方相持不下。前来视察的师长当机立断地做出决定，把新近研制成功的火箭炮马上运到前线，用强大火力克敌制胜。但因当时的火箭炮射程不远，所以师长指示将营部向前推进一段距离，并且立即把军事参谋叫来，命令他 5 分钟内在大比例的军用地图上定出营部的新位置。要求该点对 A，B 两点所张的视角是原来 C 点与 A，B 两点所张视角的 4 倍。另外，新的营部要仍处在 A，B 两点的中间，与这两点的距离相等。

这位参谋虽然只有初中水平，但好学上进，十分爱读苏联卫国战争时期的数学科普作家别莱利曼的《趣味几何学》。他接

到命令后，立即埋头作业，几分钟之内，便干净利落地完成了任务。几小时后，捷报传来，火箭弹无虚发，敌人狼狈溃退。

对于熟悉初等几何作图法的人来说，完成这样的任务并不难，只要利用圆规和直尺就足够了。

先作一条$\angle ACB$的角平分线，即图2-10中的直线L_1，再作一条AC的垂直平分线，即图上的直线L_2，L_1与L_2两直线的交点为D。

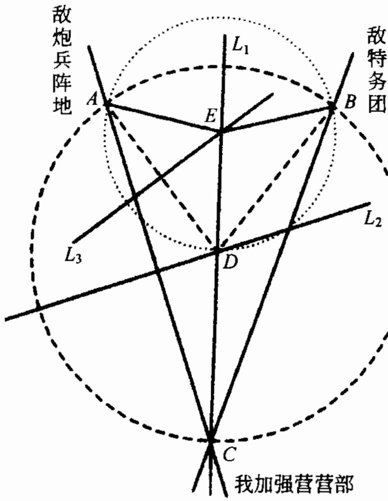

图 2-10

然后再作AD的垂直平分线，即图上的直线L_3，L_1与L_3的交点为E，那么E点就是营部的新位置了。

这个点确定得准确吗？这是不难证明的。由于L_1是角平分线，于是$\angle ACD = \angle BCD$，L_2是垂直平分线，所以$AD = CD$，由已知条件$AC = BC$，从两个三角形的全等关系推出

$AD = BD$;同理可证 $AE = BE$，也就是说，营部的新位置与 A、B 两点的距离仍然保持相等。

过 A、B、D 三点可以作一个外接圆，圆心为 E 点，过 A、B、C三点也可以作一个外接圆，圆心是 D 点。

到此地步，已经不难看出$\angle AEB$ 与$\angle ADB$，$\angle ADB$ 与$\angle ACB$ 都是同弧所对的圆心角和圆周角之间的关系，也就是$\angle AEB$ 为$\angle ADB$ 的 2 倍，$\angle ADB$ 为$\angle ACB$ 的 2 倍，于是$\angle AEB$ 当然是$\angle ACB$ 的 4 倍了。