1.23 移棋相间

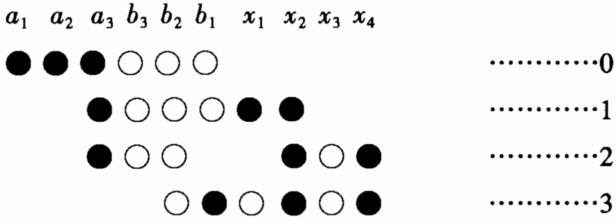
将不同颜色（黑、白或红、蓝均可）的两种棋子各取几枚，排成一个横行。为了说明方便起见，下文将假定所取的都是黑、白棋子，而且个数相等。

游戏开始时，横行的左半边全是黑子，右半边全是白子，黑、白分明，不许混杂。

游戏规则为：每次移动两枚相邻的棋子（两黑，两白或一黑一白都行）放到横行的一头去。留下的空位，用另外两枚相邻的棋子来填充。就这样好像“挖肉补疮”式地继续反复进行下去，直至到达终极状态：所有的棋子都一黑一白地相间排成一行了。

必须用最少次数的移动来达到目的，这就是本游戏的难点，然而其浓郁的情趣也正在此。

让我们先从很简单的情况——黑、白各三子来说明一下，移动方法自然与附图紧密呼应



移动方法的纪录：$a_1 b_1 a_3$

用图形来说明移法虽然比较直观、明显，但随着棋子的增多，移法渐趋复杂，如果一一都通过图解，那就会显得非常笨重。另外，最根本的缺点是难以发现规律，所以我们必须改用字母与数字的结合来代替图画，而一旦走出了这样的一步，解决问题的曙光就将出现。

让我们用 a_1，a_2，a_3，…，a_n 代表开始时 n 枚黑子从左到右所占的位置，用 b_n，b_{n-1}，…，b_3，b_2，b_1 代表 n 枚白子所占的位置，用 x_1，x_2，……表示右边的空位（从对称的观点考虑，显然把棋子移往左边也完全可行，这是不言而喻的)，一行棋子排列如下

$$a_1 a_2 a_3 \cdots a_{n-1} a_n b_n b_{n-1} \cdots b_3 b_2 b_1 x_1 x_2 \cdots$$

很明显，只要记录被移两子的位置代号，而不必记录移到何处去，因为它们总是被移到右边或者去填空档。

例如，在 $n=3$ 的情况下，解决问题的移动办法是

$$a_1 a_2，\ b_1 x_1，\ a_3 b_3$$

甚至还可以更进一步简化，只记左边一子的位置代号即可，例如在 $n=3$ 时，只需记录

$$a_1 b_1 a_3$$

就行，有了这样的指示，执行者便能心领神会，照章办事，而无丝毫差错了。

现在把四子到十五子的移动办法记录在下面

$$n=4,\quad a_2 \mid b_4 \mid b_1\ a_1$$
$$n=5,\quad a_2 \mid b_3\ a_5 \mid b_1\ a_1$$
$$n=6,\quad a_2 \mid b_5\ a_4\ b_4 \mid b_1\ a_1$$
$$n=7,\quad a_2 \mid b_4\ a_5\ b_5\ a_7 \mid b_1\ a_1$$

$$n=8,\quad a_2\ b_4\ a_6 \mid b_8 \mid b_5\ a_5\ b_1\ a_1$$
$$n=9,\quad a_2\ b_4\ a_6 \mid b_7\ a_9 \mid b_5\ a_5\ b_1\ a_1$$
$$n=10,\quad a_2\ b_4\ a_6 \mid b_9\ a_8\ b_8 \mid b_5\ a_5\ b_1\ a_1$$
$$n=11,\quad a_2\ b_4\ a_6 \mid b_8\ a_9\ b_9\ a_{11} \mid b_5\ a_5\ b_1\ a_1$$

$$n=12,\quad a_2\ b_4\ a_6\ b_8\ a_{10} \mid b_{12} \mid b_9\ a_9\ b_5\ a_5\ b_1\ a_1$$
$$n=13,\quad a_2\ b_4\ a_6\ b_8\ a_{10} \mid b_{11}\ a_{13} \mid b_9\ a_9\ b_5\ a_5\ b_1\ a_1$$
$$n=14,\quad a_2\ b_4\ a_6\ b_8\ a_{10} \mid b_{13}\ a_{12}\ b_{12} \mid b_9\ a_9\ b_5\ a_5\ b_1\ a_1$$
$$n=15,\quad a_2\ b_4\ a_6\ b_8\ a_{10} \mid b_{12}\ a_{13}\ b_{13}\ a_{15} \mid b_9\ a_9\ b_5\ a_5\ b_1\ a_1$$

移棋方法是每四个为一大组，分开排列在上面。

有趣的是，要完成移棋相间的任务，不论黑白各 n 子，n 的数值是大是小，正确的走法也正好是 n 步，关键是必须掌握规律，不能有丝毫差错。

为了便于观察、分析和调整，我们需要将每一个移棋步法，再细分为前、中、后三段。

前段与后段的移法，在同一大组中是完全一样的，而中段

则呈阶梯形，其台阶为 1，2，3，4 级。

前段的成员个数为奇数 1，3，5，7，9，…。除第一次只出现 a_2 外，其余都是 a，b 相间，而下标为 2，4，6，8，10，…。

后段的成员个数是偶数 2，4，6，8，10，…；其特点是 b，a 相间；而下标为公差等于 -4 的等差数列，如…，9，5，1，…。

中段移法似乎最为复杂，首先应记住它也是 b，a 相间的；至于下标的变化呢？你只要记住它的“初相”

$$\begin{array}{rrrr} & & & 4 \\ & & 3 & 5 \\ & 5 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 5 & 7 \end{array}$$

（手机的号码都有 11 位，一般说，记住一个十位数是毫无困难的）

就行，以后的下标都是严格按照 4 的倍数递增的；例如第二大组的下标变化为

$$\begin{array}{rrrr} & & & 8 \\ & & 7 & 9 \\ & 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 9 & 11 \end{array}$$

第三大组的下标变化为

$$\begin{array}{rrrr} & & & 12 \\ & & 11 & 13 \\ & 13 & 12 & 12 \\ 12 & 13 & 13 & 15 \end{array}$$

显然，其公共周期为 4。

用分段函数的思想，移棋相间的规律，可以总结如下：

前段移法：$a_2 b_4 a_6 b_8 a_{10} \cdots b_{4m-4} a_{4m-2}$

中段移法：b_n （$n=4m$ 时）

$b_{n-2} \quad a_n$ （$n=4m+1$ 时）

$b_{n-1} \quad a_{n-2} \quad b_{n-2}$ （$n=4m+2$ 时）

$b_{n-3} \quad a_{n-2} \quad b_{n-2} \quad a_n$ （$n=4m+3$ 时）

后段移法：$b_{4m-3} a_{4m-3} \cdots b_9 a_9 b_5 a_5 b_1 a_1$

一百多年以前，移棋相间已在欧美国家流行，西方人一般认为这种数学游戏是从日本传过去的，发源地在日本。其实这种说法不正确。

现代文学家俞平伯先生的曾祖父俞曲园先生在其名著《春在堂随笔》中有一段说：

“长洲* 褚稼轩坚瓠集有移棋相间之法，……余试之良然，而内子季兰复推广之，自十一子以至二十子”。

根据《中国人名大辞典》的记载，褚人穫，字稼轩，一字学稼，号石农，清康熙时人，他的朋友都是江南著名文人，如尤侗，洪昇，顾贞观，张潮等。褚的著作甚多，最有名的是《隋唐演义》，共 20 卷，100 回，初次刊刻于康熙 14 年（1675 年）。其他还有《坚瓠集》，《读史随笔》，《退佳琐录》，《续蟹谱》等，是一个名副其实的“杂家”。

《坚瓠集》的篇幅不小，扬州凤凰桥街江苏广陵古籍刻印社曾经重版过，里面保存了不少极有价值的人文资料。其中有一则《移棋相间》云：

“幼时，见友人胡砺之将黑白棋子各三枚左右分列，三移

---

* 清代苏州府有三个属县：长洲，元和，吴县，简称“长元吴”；长洲县相当于现在的苏州老城区。

则黑白相间。余因问曰："多亦可移乎"？砺之曰："自三以至十外，皆可移。多一子则多一移。余归试之，自三以至于十，果相间不乱。今已三十余年，偶雨窗复试，忘其大半。因绎数四，始得就。"

看来很清楚：俞曲园学自褚人穫的《坚瓠集》，而褚学自胡砺之，时间大约在清世祖爱新觉罗·福临的顺治末期，即公元1660年左右，距今将近350年了。

除了上文所述之外，"移棋相间"还有许多别的移法与变化，近代的研究者当以姜长英先生（前交通大学教授，调西安后为西北工业大学一级教授）的成就最为突出。有兴趣的读者，可以查阅姜先生的原著，发表于交大季刊第22期，即民国二十五年（1936年）十二月，但因年深月久，此刊恐怕不易见到。