# 1.22 趣话香港小学生数学邀请赛

**吊足胃口的素数题**

一位国内外很有名气的小学特级教师、数学教育专家情真意切地赞扬香港举办的小学数学邀请赛，他说："我们应该从中得到启示，反思我们搞的各种比赛，有的小学数学比赛题目，连大学教师都做不出来，而要请大学数学系教授来培训小学生，一次比赛主办单位要补贴几十万甚至几百万元，这种劳民伤财的做法值得深思。"

香港小学教育界的经验很值得重视。他们所选的题目沙里淘金，一般都经过深思熟虑，百里挑一，题型很新，提问方式别致异常，令人情不自禁地跃跃欲试，做题不是一种负担，而成了乐趣，参加比赛的学生们无论做对做错，都能从中得到教益。

请看下面的一道第二回合题：在 15 个连续自然数中最多能有多少个素数（又叫质数）？最少可以有多少个？欢迎提出不同答案，多多益善，回答得特别好的可以额外加分。

先看前半题，答案是：最多能有 6 个素数。我们知道素数的分布毫无规律可言，人类为此，忙忙碌碌地搞了几千年，迄今仍是一大悬案。一般说，素数的分布是前密后疏，由于起点与终点的不同，本题可望有五个答案：

0 至 14　（其中包含的素数为 2，3，5，7，11，13）

1 至 15　（同上）

2 至 16　（同上）

3 至 17　（其中包含的素数为 3，5，7，11，13，17）

5 至 19　（其中包含的素数为 5，7，11，13，17，19）

解答全的学生简直是凤毛麟角，因为他们忘记了：根据新的课程标准，0 也算自然数的。据我所知，对 0 是否算自然数，数学界存在着很大争议，以后当另写专文，这里不想再展开了。

再来回答后半题，答案相当令人吃惊，在 15 个连续自然数中，有可能统统都是合数，连一个素数都没有。

当然要拿出真凭实据，否则口说无凭，是不算数的。

然而，本问题有很多答案，先说一个小学生们能想得出的办法：得把“门槛值”（学名叫做“阈值”）先求出来，它是

$$2^4\times3^2\times5\times7\times11\times13=720720$$

然而从 720722 开始，到 720736 为止，就是满足问题的答案了。为什么呢？因为这是一种信心十足，闭着眼睛的办法，譬如说，让我们随便“挖”一个奇数（偶数除 2 外，统统都非素数，自然不必试了）吧，例如：$720733=720720+13=2^4\times3^2\times5\times7\times11\times13+13=13\times\cdots$；既然有公因子可以提出，当然它能被 13 整除了。其他情况亦可依此类推。

当然，以上的办法是一种“粗线条”的方法，因为门槛值太大了。还可以求出更小得多的答案，关键是要利用工具——素数表，例如美国纽约大学阿尔伯特·H·贝勒教授在其传世名著《数论妙趣》中所刊载的一张长达数页的详尽表格。由于我和我的学生，原籍杭州的唐方女士是这本书的译者，我们自然轻而易举地想出了这种妙法。

由扫描性的快速浏览可知，素数 523 后面的下一个素数为 541，两数之差为 $541-523=18$，从而一举找出 524 到 540 这个

区间，其中的17个连续自然数统统都是合数（比题目上的要求更好些）。不妨随便举上两例，请看

$$529 = 23 \times 23$$

$$533 = 13 \times 41$$

显然这是两种完全不同的思考方法。自从电脑以及袖珍计算器普遍上市以后，中、小学里的“查表”教学被大大削弱了，有人甚至片面地认为，今后的平方数表，立方数表，对数表，乃至三角函数表的查法完全可以废弃了。这样的看法很不妥当，甚至是有害的。