

## 1.13 快刀斩乱麻

对一般的老百姓来说，目前还远远谈不上未来的智能化住宅，但“楼上楼下，电灯电话”，生活已经很方便了。下面有两道趣题，都与电灯开关有关，也足以考验被测试者的智力。

(1) 今有两个房间，从外面看起来是彼此互相独立、相对封闭的。一个房间里有三盏电灯，另一个房间里则有三个开关，分别控制着三盏灯，启动开关是完全随机的，谁先谁后，没有规定，亦无约束性。现在只允许你分别进入这两个房间各一次，然后准确地判定：三盏灯分别是由哪个开关控制的。

一般人碰到这个问题，大概总是考虑电灯与开关之间的控制线路与布局，这就误入歧途，掉进了出题者的圈套，往往苦思良久，束手无策。其实，问题是不难解决的，因为电灯必然会发光发热，此类物理现象一定会暴露在外，无法掩盖。于是想到了下面的解法。先走进有开关的房间，将三个开关编号为  $A$ ， $B$ ， $C$ ；然后将开关  $A$  打开五分钟后关闭，再打开  $B$ ；接着立即进入另一间房，此时看到正亮着的灯，当然是由开关  $B$  控制的，再用手去摸一摸另外两盏灯；有点热的由开关  $A$  控制，一点都不热的则由开关  $C$  控制。为保证判断的准确性，当然必须做到此人的前面没有别的被测试者，即三只电灯都处

于冰冷的初始状态。

(2) 将 100 盏电灯进行编号，从 1 编到 100，把所有的开关都打开（假定朝上为“开”，朝下为“关”），即把电灯全部开亮，然后进行以下的操作：把编号为 1 的倍数的电灯按反方向拨一次开关，把编号为 2 的编号倍数的电灯又照当前状态的反方向拨一次开关，然后又将编号为 3 的倍数的灯照反方向拨一次开关，……依此类推，一直到 100。试问：这些操作做完以后，什么号数的灯是关着的？

此题当然不会真的叫你去实际操作，连“纸上实验”都大可不必。大家都知道，对亮着的电灯来说，如果拨其开关的次数是奇数次，那么，结果它一定是关着的。从题意可知，号数为  $N$  的电灯，拨开关的次数等于  $N$  的约数的个数。众所周知，若约数的个数为奇数，则  $N$  必定是平方数。

在 100 以内（也包括 100 本身）共有 10 个平方数，所以最后必然是：有 10 盏灯关着，它们的编号为 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100。