

1.1 桃三李四橄榄七

桃子一个要三文钱，李子一个要四文钱，而橄榄一文钱可以买七个，若拿一百文钱去买这三种果子，每种都得买，又恰好买一百个，问每种应各买几个？

这是流传于福建民间的一个古算题。

设应各买桃子、李子、橄榄 x 、 y 、 z 个，则可列出方程组

$$\begin{cases} x + y + z = 100 & (1.1) \\ 3x + 4y + \frac{1}{7}z = 100 & (1.2) \end{cases}$$

由 (1.1)，得 $z = 100 - x - y$ 。

代入 (1.2)，得 $x = 30 - y - \frac{7y}{20}$ 。

因 x 是正整数，故 y 必为 20 的倍数。令 $y = 20t$ ，则 $x = 30 - 27t$ ， $z = 70 + 7t$ ，其中 t 为正整数。

又因 x 、 y 、 z 均为正整数，所以 $0 < t \leq 1$ ，即 $t = 1$ 。从而得 $(x, y, z) = (3, 20, 77)$ 。也就是说，应买桃子 3 个，李子 20 个，橄榄 77 个。

上述解法中，方程组有三个未知数，却只有两个方程，称为不定方程组，不定方程组一般有无限多组解，但其整数解、正整数解，往往是有限的。像此题只有唯一一组正

整数解。