老娘舅分家

有个阿拉伯财主死了，生前立下遗嘱："有 11 匹好马留给三个儿子，老大得$\frac{1}{2}$，老二得$\frac{1}{4}$，老三得$\frac{1}{6}$。"

三兄弟没有办法分，只好请舅舅做主。后者足智多谋，远近闻名。他二话没说，就把自己的一匹千里马牵了来，与姐夫的 11 匹马加在一起，凑成 12 匹。这样一来就好分了：老大 6 匹，老二 3 匹，老三 2 匹，三个儿子正好把老父留下的 11 匹马分完，舅舅的千里马仍旧物归原主。儿子们请舅舅吃饭，坐在庆功宴的首席。

又有法国的一个守财奴，死后要把 13 粒价值连城的钻石留给三位千金：大姐应得$\frac{1}{2}$，二姐应得$\frac{1}{3}$，三妹应得$\frac{1}{4}$。由于 13 是个奇数，而钻石若被切割必将大大贬值，没法分配，只得请教舅舅。舅父一听，就说："好吧！我替你们做主，先拿掉 1 粒钻石作为我的'劳务费'吧。"三姐妹欣然同意，剩下 12 粒，当然好分得很。按照规定比例，大姐拿走 6 粒，二姐拿走 4 粒，三妹应该拿 3 粒。可是台面上只剩下 2 粒了，老三一看就哭鼻子。这时舅舅说："这样吧，我的劳务费不要了，仍旧还给你！"于是老三破涕为笑。大家拿出钱来，在大酒店设宴招待舅舅，尽欢而

散。

为什么两个民族的两位老娘舅做法如此不同呢？不难看出，关键在于儿子们的分配比的和$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}<1$，而女儿们的分配比的和$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{13}{12}>1$。都是以12作为中间数，一个稍大些，一个稍小些，都不是1。

我们知道，马和钻石是不能分割的，但土地则不然。假定老头子的遗产不是马而是11亩土地，那就不必劳舅舅的大驾了。

大儿子第一次就可以分到

$$11\times\frac{1}{2}=5.5(\text{亩});$$

老二分到

$$11\times\frac{1}{4}=2.75(\text{亩});$$

老三分到

$$11\times\frac{1}{6}\approx1.83(\text{亩})。$$

当然，11亩田并不能正好分光，还剩下$\frac{11}{12}$亩。

按比例再分，大儿子在第二次又能分到$\frac{11}{12}\times\frac{1}{2}=\frac{11}{24}$(亩)，老二、老三也都各有所获。可是仍未分完，还剩下$\frac{11}{144}$亩土地待分配。

第三次分过以后，老大又能分到$\frac{11}{144}\times\frac{1}{2}=\frac{11}{288}$(亩)，老二、老三也各有所获，最后仍然剩下少量土地要待分

配。就这样一直分下去，直到最后微乎其微，连一只脚指头都容纳不下时，就可以忽略不计了。

不难算出，老大能分到的田亩数为：

$$\frac{11}{2}+\frac{11}{2\times 12}+\frac{11}{2\times 12\times 12}+\frac{11}{2\times 12\times 12\times 12}+\cdots$$
$$=\frac{11}{2}\left(1+\frac{1}{12}+\frac{1}{12^2}+\frac{1}{12^3}+\frac{1}{12^4}+\cdots\right),$$

括弧里头是一个无穷递降等比数列，根据求和公式可以算出，它的极限是

$$\frac{1}{1-\frac{1}{12}}=1\div\frac{11}{12}=\frac{12}{11},$$

所以老大能分到的最终田亩数为：

$$\frac{11}{2}\times\frac{12}{11}=6。$$

类似地，可以算出老二能分到 3 亩，老三能分到 2 亩。你看，这些数目竟同老娘舅建议的分法不谋而合！

这就是用“极限”的观点来看待分割遗产这个问题。你们看，数学多么有趣啊！