

十全数与十八罗汉

“18”对中国人来说是一个吉利的数目。《水浒传》里108条好汉,36天罡、72地煞,统统都是18的倍数。佛教中“十八罗汉”更是家喻户晓。

有意思的是,由10个不同数码0,1,2,3,4,5,6,7,8,9组成的、不重不漏的十位数,有的竟可以被1,2,3,4,⋯直到18整除。例如3785942160便是这样一个“十全数”。

如果不相信,不妨用1~18的自然数逐个去试除一下。

类似的“十全数”不止一个,能不能把它们全部找出来?

由此又想到另一个问题:18是否已经“登峰造极”?能否把以上特征推广到19或者更大的除数?当然,我们希望满足条件的十位数也必须是由0至9这10个数码不重不漏所组成的“十全数”。现在,计算器与电脑已经十分普及。所以,搜索出这种有趣的数,倒也是个极好的小游戏,动手动脑,乐在其中!

首先,我们必须把1~18这18个自然数的最小公倍数求出来。这个数是12252240。告诉你,记住它有一个窍门,原来,此数正好等于

$$16 \times 765765,$$

而 $765765 = 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times 13 \times 17$ 。

以 16×765765 这个数为基础,再运用电脑或计算器,就不难找到另外三个“十全数”,它们就是:

2438195760;

4753869120;

4876391520。

看来,“十全数”最多只能被 18 整除,没有“再上一层楼”的可能性了。倒也是,罗汉只有十八个,哪来第十九个罗汉呢?