

神奇的等幂和

比“金蝉脱壳”更奇妙的是“等幂和”现象。两者一比以后,前者就小巫见大巫了。

下面就来举一个赫赫有名的例子:

$$\begin{aligned} & 1 + 6 + 7 + 17 + 18 + 23 \\ & = 2 + 3 + 11 + 13 + 21 + 22 \end{aligned}$$

(和数 S_1 等于 72)

$$\begin{aligned} & 1^2 + 6^2 + 7^2 + 17^2 + 18^2 + 23^2 \\ & = 2^2 + 3^2 + 11^2 + 13^2 + 21^2 + 22^2 \end{aligned}$$

(和数 S_2 等于 1228)

$$\begin{aligned} & 1^3 + 6^3 + 7^3 + 17^3 + 18^3 + 23^3 \\ & = 2^3 + 3^3 + 11^3 + 13^3 + 21^3 + 22^3 \end{aligned}$$

(和数 S_3 等于 23472)

$$\begin{aligned} & 1^4 + 6^4 + 7^4 + 17^4 + 18^4 + 23^4 \\ & = 2^4 + 3^4 + 11^4 + 13^4 + 21^4 + 22^4 \end{aligned}$$

(和数 S_4 等于 472036)

$$\begin{aligned} & 1^5 + 6^5 + 7^5 + 17^5 + 18^5 + 23^5 \\ & = 2^5 + 3^5 + 11^5 + 13^5 + 21^5 + 22^5 \end{aligned}$$

(和数 S_5 等于 9770352)

不过到了 5 次方之后,彼此的“缘分”已尽,再上去就不行了。

看看左、右 6 个数目的“精细结构”(这是一句物理学中的专门名词,在此借用一下),倒也不无意思。你看,6 与 7、17 与 18 是相邻的,为首的数 1 与 6 相差 5,而 18 则与尾巴上的 23 也相差 5;至于右边的 6 个数目呢,2 与 3、21 与 22 是相邻的,3 与中间的 11 相差 8,而 21 与 13 也相差 8:不是明摆着的“对称”现象吗?

由此而得出了一族无穷无尽的恒等式关系:

$$n - 11, n - 6, n - 5, n + 5, n + 6, n + 11$$
$$\stackrel{5}{=} n - 10, n - 9, n - 1, n + 1, n + 9, n + 10$$

写在等号上面的“5”表示这是一种 5 层等式,1 次、2 次、3 次、4 次,直至 5 次方都能成立,但 6 次及 6 次以上就不行了。

记号是纽约大学的一位教授所发明的。已故著名数学家华罗庚先生,在年轻时也曾研究过这种等幂和现象。

现在,世界上研究这种奇妙现象的学者已经越来越多,而等幂和现象也被公认为是数字游戏中的一道“看家名菜”。我的好朋友、香港的黄克华先生就是当之无愧的高手,成果累累,令人肃然起敬!