

5 分钟内挑出埃及分数

埃及同中国一样，也是世界上有名的文明古国。大金字塔、狮身人面像等，都是埃及人民在四五千年之前建造的，真了不起！

埃及人处理分数运算与众不同，他们一般只使用分子为 1 的分数，例如用 $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ 来表示 $\frac{2}{5}$ ，用 $\frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{28}$ 来表示 $\frac{3}{7}$ ，等等。

现有 100 个埃及分数：

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}, \frac{1}{101}。$$

要求你从中挑出 10 个，使它们的和等于 1。这项任务，限你在 5 分钟之内就要完成，你能做到吗？

如果你心中无“数”，盲目地瞎撞一通，那肯定是会一次又一次地失败的。

有什么窍门没有？办法是一加一减，例如我们可以这样考虑问题：

$$\begin{aligned} 1 &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\ &\quad - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \dots - \frac{1}{10} + \frac{1}{10}, \end{aligned}$$

然后添上括号,便得到

$$1 = \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \\ + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) + \frac{1}{10}。$$

这时,我们又可以发现规律:

$$1 - \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4},$$

.....

掌握了这一规律以后,于是很快就能挑选出 10 个符合题意的分数,它们就是

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \frac{1}{56}, \frac{1}{72}, \frac{1}{90}。$$

说是五分钟内完成任务,真是一点都不夸张。而且,也不限定 10 个分数,7 个、8 个也行,12 个、13 个也行,可以大小由之,左右逢源。

所谓一加一减,其实就是恢复原状,即加上或减去 0。恩格斯曾经说过一句很精辟的话:"0 比其他一切数有着更丰富的内容。"这句话值得人们深思!