

杰克的钱袋

运筹学家杰克有 5 只钱袋子，每只袋子里装着 20 个钱币。每个钱币的法定重量为 10 克，但只有 3 只钱袋里的货币符合规定。有一只袋子里的钱币每个重 9 克，而另一只袋子里却是每个重 11 克。

只要通过一次称量，杰克就能判定哪只袋子里的钱币轻了，哪只袋子里的重了。他有一台很好的磅秤，称出来的重量毫厘不差。

请问：他是怎么称的？

杰克把 5 只钱袋子贴上标签，称之为 A 、 B 、 C 、 D 、 E ，然后分别从 5 只袋子中取钱，取法如下：

- 在 A 中取 1 个；
- 在 B 中取 2 个；
- 在 C 中取 4 个；
- 在 D 中取 8 个；
- 在 E 中取 16 个。

请注意，这样一来，任意两只钱袋里钱币数目之差各不相同，它们是：

1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 15。

加上正、负号我们将能得出 20 个差数，它们与这 5 只钱袋子里轻币、重币与合格货币的可能分布情况正好是

一一对应的。

譬如说：

若 A 袋装着轻币而 B 袋装着重币，则称出来的总重量将是：

$$310 - 1 + 2 = 311。$$

若 A 袋装轻币而 C 袋装重币，则称出来的总重量将是：

$$310 - 1 + 4 = 313。$$

若 D 袋装重币而 E 袋装轻币则称出来的重量将是：

$$310 + 8 - 16 = 302 \text{ 克。}$$

如果事先准备好一张表格那就可以根据称量出来的结果，一下子指出哪只钱袋装着轻币，哪只钱袋装着重币，哪只是装着合格钱币的。

岂非一举识别真伪。