速算骰子

正如华罗庚先生说过的一句名言："数学是中国人民擅长的学科。"我国民间流传过不少意义深长，很有价值的数学游戏和智力玩具。

有一次，我的一位同班同学邀我和其他几位知交到苏州旅游，住在他祖上留下的史家巷大宅里，并且畅游了拙政园、留园、沧浪亭等城内外名胜古迹以尽"平原十日"之欢。

在玄妙观游玩时，我在地摊上偶然发现了一种民间艺人自制的玩具，非常奇妙。它是一组5粒骰子，上面刻着：

第一粒：483，285，780，186，384，681；

第二粒：642，147，840，741，543，345；

第三粒：558，855，657，459，954，756；

第四粒：168，663，960，366，564，267；

第五粒：971，377，179，872，773，278。

现在请你们随便掷一掷，然后将骰子上的数字相加起来。我可以在几秒钟内算出结果，捷如雷电。

有什么秘诀？我可以透露给你们，说起来十分简单：

第一步，把5粒骰子上的末位数相加，得到和数 N；

第二步，用50减去 N，得出差数 $50-N$；

第三步，5 粒骰子上掷出的总和必定是个四位数。它可以分为前、后两段，后段就是第一步算出的 N，而前段便是第二步算出的 $(50-N)$。

譬如说，掷出来的 5 粒骰子上出现的数字分别为：

384，345，558，267，179。

把这 5 个三位数的末位数字相加，得出

$$4+5+8+7+9=33,$$

然后用 50 减去 33，得到 17。把两段数字串联起来，得出的 1733 便是 5 粒骰子掷出的数字总和了。真是，规则似乎很啰唆，执行起来却是十分利索，痛快得很，无论什么人都能一学就会。

究竟对不对呢？用通常的加法来验算一下：

$$384+345+558+267+179=1733,$$

简直是毫厘不差，令人拍案叫绝。

有一点需要补充说明一下：如果 N 是个一位数，那就必须在前面补上一个 0，然后才能同 $50-N$ 串联。譬如说，出现的 5 个三位数为：

681，642，954，960，971，

这时，末位数字相加之和是 8，而 $50-8=42$，所求得的总和就应该是 4208，而不是 428。话虽如此，只要稍加注意，一般都不会出错，因为总和是个四位数，那是确定无疑的。

为什么速算法总是能够行之有效呢？原来，秘密潜伏在这一组骰子的设计之中。

每粒骰子上刻着 6 个三位数，中间的一位数字是相同的，譬如说，第一粒骰子为 8，第二粒为 4，如此等等；

每粒骰子上的 6 个三位数中，首尾两个数字之和是

相等的，譬如说，第一粒骰子上的情况为：

$$4+3=2+5=7+0=1+6=3+4=6+1=7。$$

别的骰子也类似，请读者们自己验算。

现在我们不妨假定，5 颗骰子掷下去后，出现的末位数字为

$$a, b, c, d, e,$$

而相应的 5 个三位数肯定就是：

$$100(7-a)+80+a;$$

$$100(8-6)+40+b;$$

$$100(13-c)+50+c;$$

$$100(9-d)+60+d;$$

$$100(10-e)+70+e。$$

说到这里，兴许你会恍然大悟：由末位数推定三位数的全部，由自变量决定因变量，这不就是活灵活现的"函数"思想吗？

不难看出

$$S=100[7+8+13+9+10-(a+b+c+d+e)]$$
$$+(80+40+50+60+70)+(a+b+c+d+e),$$

设 $N=a+b+c+d+e$，上式最后可以化简为

$$S=100(50-N)+N,$$

这就完全说明了速算之所以能够每战必克，万无一失的道理。

道理讲透了，但应该说的话似乎还没有讲完。必须补充以下几点：

第一点，按照乘法原理，应该有

$$6\times6\times6\times6\times6 \quad 即 \quad 6^5 种组合,$$

也就是共有 7776 种组合方式，但不会得出 7776 个不同结

果。倘若真有那么多，岂不搞得头昏脑涨，还能速算吗？

第二点，只要尾数之和相等，则总和也必然相等。我们不妨来看一看下面的对照组：

$$(0,1,6,8,7), \qquad N=22,$$
$$(1,0,7,6,8), \qquad N=22;$$

相应的三位数分别是：

$$780+741+756+168+377, \quad 总和\ S=2822;$$
$$681+840+657+366+278, \quad 总和\ S=2822。$$

你看，所有的加数都不一样，结果却相等，令人拍案叫绝。

第三点，在这组骰子中，最小的尾数和为

$$0+0+4+0+1=5,$$

由此决定了最大和为 4505。

最大的尾数和为

$$6+7+9+8+9=39,$$

由此决定了最小和为 1139。你看，情况完全颠倒了过来，这种情况也使人感到一阵惊喜。

第四点，在这组“神奇骰子”中，尾数和 N 的值可以取到从 5 到 39 中的一切值，全面开花，无所不有。也就是说，不同的总和只有 35 个，充分说明了玩具设计者是多么地高明。

最后一点，取这些值的概率是不一样的，有的出现机会较多，有的较少。

令人遗憾的是，从来没有一家玩具厂家生产、制造过这种玩具，它早就在市场上销声匿迹了。

按照中国的古老传统，为了得到所谓的“六六大顺”，掷骰子一般要用 6 颗。做到这一点并不困难，只要按照

下面的方案去刻制就行了:

第一颗:715,814,517,418,913,616;

第二颗:239,437,833,536,932,734;

第三颗:554,356,752,455,851,257;

第四颗:565,367,268,763,466,862;

第五颗:577,973,478,676,379,874;

第六颗:984,489,588,786,885,687。

这样一来,总和 S 仍是一个四位数,分成前、后两段,每段由二位数组成,后段为 N,前段要改为 $(70-N)$ 了。不信,你们可以试试。

当然,还有其他不同的设计方案。