

马步循环

中国象棋与国际象棋之间有许多重大差异,前者的棋子放在纵横直线的交叉点上,而后者的棋子却放在格子内部。

大家知道,中国象棋的“马”是走“日”字(直立或卧倒的“日”字都行)的,蹩住马腿就不能走动。国际象棋里头也有“马”,原名“骑士”(Knight),走法同中国象棋里的“马”差不多,也是斜着走的:横里两格直里一格,或者直里两格横里一格,而且没有“轧马脚”的限制,照样可以自由行动,所以,威力更大一些。

国际象棋里的“马”可以从棋盘上的任何一格出发,不重不漏地走遍整个棋盘上的每一个格子,最后再回到原先的出发点,这就是所谓“马步循环”问题。在数学历史上,它已被欧拉等数学家圆满解决了。

如果我们把 $8 \times 8 = 64$ 格的国际象棋盘相间地着色,那就不难看出,马每走一步,总是要从一种颜色的格子走到另一种颜色的格子中去。下页图将给出马的一种走法,它从图上的 1 出发,依次走过 2,3,4,5,6, … 到达 64 之后,又可从 64 走回到 1。这是需要花上一点技巧的,并不是任意一条马的行动路线都能办到。倘若你漫不经心,那就难免会失败。

35	38	27	16	29	42	55	18
26	15	36	39	54	17	30	43
37	34	13	28	41	32	19	56
14	25	40	33	20	53	44	31
63	12	21	52	1	8	57	46
24	51	64	9	60	45	2	5
11	62	49	22	7	4	47	58
50	23	10	61	48	59	6	3

有趣的是，你千万不要以为，此图的作用很有限，它仅仅告诉了你出发点在靠近棋盘中心处的马的走法（如果我们在这里不强调、不点破，那么十之八九的人都会这样认为）。其实，不论马从哪个格子出发，本图都可以认作是问题的标准答案。它简直像一盒“万金油”（注：它是南洋华侨胡文虎先生发明的，商品正式名称为“虎标万金油”，可治一切小毛病）可以包医百病。譬如说，如果马的出发点在左下角标着 50 的方格里，那么你就完全可以依次走过 51, 52, 53, 54, …, 64, 1, 2, 3, …, 49 再回到 50；也可以倒着顺序走，从 50, 49, 48, 47, …, 3, 2, 1, 64, 63, 62, …, 52, 51 地走回到 50。所以，图是死的，人是活的，你也会因此而恍然大悟了。

本图还有一个重要特点，那就是，用来表示马步先后顺序的数目可以组成一个 8 阶准幻方——因为每一横行或纵列里八个数目的总和都等于 260。可惜，两条对角线上的数字之和不满足标准的幻方定义，所以只能称为准幻方而不是十全十美的幻方。准幻方有时也叫半幻方，就像群和半群的差异那样。