

## 间隔幻方

德国数学家外尔有一句名言：“我的工作常想把真和美统一起来，但当两者不可兼得，逼得我不得不在其中选取其一时，我通常选择的是美。”八阶幻方也许可以当之无愧地接受这一评语。众所周知，中国的古塔一般都是八角形的，“8”这个数确实具有对称与和谐之美。

目前，世界上的幻方研究确有“一浪高过一浪”之势，可谓“越出越奇”，它确已是有一不容置疑的美学价值。

日本幻方研究家片桐善直制作了一个匪夷所思的“间隔幻方”(如下图)。它也是八阶幻方，其中的数字从1到64，从整体上看，完全符合幻方的传统定义。

1	35	24	54	43	9	62	32
6	40	19	49	48	14	57	27
47	13	58	28	5	39	20	50
44	10	61	31	2	36	23	53
22	56	3	33	64	30	41	11
17	51	8	38	59	25	46	16
60	26	45	15	18	52	7	37
63	29	42	12	21	55	4	34

奥妙的是,如果把其中数字逐个间隔地取出来,并按原有顺序重新组合,则可以得到如下的两个四阶方阵(如下图)。它们都是完全幻方,即不仅普通对角线上,甚至在“泛对角线”上任意四数之和全都能等于 130。

“泛对角线”上的等和性质:

$$47 + 3 + 18 + 62 = 130;$$

$$11 + 52 + 54 + 13 = 130。$$

1	24	43	62
47	58	5	20
22	3	64	41
60	45	18	7

35	54	9	32
13	28	39	50
56	33	30	11
26	15	52	37

### 片桐幻方中一对共栖的“生物”

#### ——两个独立的四阶完全幻方

上海市远郊南汇县(现已改为区)的一位“数学怪才”俞润汝先生,对“间隔幻方”的造法作了相当深入的研究。他指出,间隔幻方可划分成四个子方(即子矩阵或子块),对角子方中的对应元素有重叠互补性质:

$$c_{ij} + d_{ij} = 1^2 + 8^2。$$

俞先生还认为变换的方法有“不变”、“上下自反照”、“上下换”及“全反照”等数种(这里用的是他的原话,实质上是有变换群的内涵)。经他反复演算,结论是:八阶幻方的造法共有 768 种之多。作为一个业余研究家,他的成就不在片桐善直之下,甚至有过之而无不及,真是难能可贵了。