

## 重叠之美

有重叠的地方往往就有美。为什么在新房门窗上贴着的红色喜字，不会写“喜”而一定要写成“囍”？中国民间风俗很讲究成双结对，文学里也有“双声”、“叠韵”等说法。

在号称“人间天堂”的杭州，就有这样两副对联。其中之一是：

翠翠红红处处莺莺燕燕，  
风风雨雨年年暮暮朝朝。

另一处则见于孤山中山公园的一座方亭，横匾题着“西湖天下景”五个大字，亭柱上悬挂一副楹联：

山山水水，处处明明秀秀；  
晴晴雨雨，时时好好奇奇。

据说此联同清末民初的近代大名人康有为有密切关系。

西湖的山山水水，处处明媚秀丽。这两副对联写出了人们对杭州与西湖山水的共同感受，因而引起了读者们的强烈共鸣。

不过，联语的叠字毕竟有限，我们能否把重叠之美推向无限？这就必须借助于数学的力量了。

出发点是极其简单的：

$$3 \times 4 = 12。$$

接下去，可以写出第二式：

$$33 \times 34 = 1122。$$

“重叠”之美开始露头了，好比从“喜”字写成了“囍”字。

明眼人当然会想到可能有第三式、第四式：

$$333 \times 334 = 111222；$$

$$3333 \times 3334 = 11112222。$$

经过计算，它们居然也对。

于是，大胆的人又会猜测下面这个无穷无尽的等式也可能成立：

$$33 \cdots 33 \times 33 \cdots 34 = 11 \cdots 122 \cdots 2。$$

这个等式中的一个因数由  $n$  个 3 组成，另一个因数由  $(n-1)$  个 3 与 1 个 4 组成，乘积则由  $n$  个 1 和  $n$  个 2 组成。

告诉你，事情真是如此！我们可以证明这个等式是成立的。不过，本书不是教科书，就不必把证明写出来了。

当然，重叠之美不限于此，这里只是初步让你尝尝“数学之美”的甜头而已！