

## ❖ 同花顺

一副 36 张牌按以下顺序从上到下排列：黑桃，梅花，红心，方块，黑桃，梅花，红心，方块，依此类推. 某人从上边拿出一部分牌，翻转后整体插入剩余的牌中，然后从上依次 4 张一组，4 张一组取牌. 求证：取出的任一组 4 张牌是不同花色.

**证明** 如果一组 4 张牌不同花色，则称这组牌是协调的. 由这副 36 张牌的排法可知：从这副牌依次任取一组牌，这组牌必是协调的. 这副牌从上至下分为  $A, B, C$  三部分，每部分牌的张数分别记为  $4k_1 + l_1, 4k_2 + l_2, 4k_3 + l_3$ ，其中， $k_i$  和  $l_i$  均为非负整数，且

$$0 \leq l_i \leq 3$$

$$4(k_1 + k_2 + k_3) + l_1 + l_2 + l_3 = 36$$

用  $A'$  表示  $A$  的整体翻转，从上至下按  $B, A', C$  的顺序排列这副牌. 若一组牌完全在  $B$  内，或者  $A'$  内，或者  $C$  内，则这组牌显然是协调的. 从而只需讨论以下两

组分别记为  $X$  和  $Y$  的牌,其中  $X$  仅与  $B$  和  $A'$  有交, $Y$  仅与  $A'$  和  $C$  有交.若有  $X$  这组牌,则  $l_2 > 0$ ,且  $X$  由  $B$  底部的  $l_2$  张牌和  $A'$  顶部的  $4 - l_2$  张牌组成.由于  $B$  中有  $4k_2 + l_2$  张牌,所以  $B$  底部的  $l_2$  张牌与其顶部的  $l_2$  张牌具有相同花色的顺序,又  $A'$  的顶部的  $4 - l_2$  张牌恰为  $A$  底部的  $4 - l_2$  张牌,从而由这副牌用原来  $A, B, C$  的顺序可知  $X$  是协调的.按  $B, A', C$  的顺序将整副牌从上至下分为 9 组,由以上证明可知至少有 8 组牌是协调的.由于整副 36 张牌 4 种花色各有 9 张,从而可能剩下的惟一一组  $Y$  也必是协调的.