

❖ 混合油问题

某汽车司机向同事借了 3 kg 煤油和 5 kg 汽油,一起倒进了一个桶里,正好满到桶边,并且把它称了一下,几天以后,同事来取桶,这个司机倒进了 3.5 kg 煤油和 4 kg 汽油,桶又满到了边上,而且质量与第一次一样,司机还给他同事的汽油(以及煤油)与借来的是同类的.

汽油和煤油的密度可以用普通的除法计算,不需要列出任何方程,但邦迪先生知道得要多多得多,他断言:

- (1) 司机们不善于区分煤油和汽油;
- (2) 对于现代的汽车发动机来说,桶里的这种较重的燃料是不合适的;
- (3) 他,邦迪先生本人,能这样地解决问题,得到较轻的、连飞机发动机也可以使用的混合燃料.

他是怎么办到的?

解 如果默认汽油和煤油的密度不同,那么从问题的条件推知,3.5 L 煤油重 3 kg,5 L 汽油重 4 kg. 因此,煤油的密度是 $\frac{3}{3.5} = \frac{6}{7}$ kg/L,汽油的密度是 $\frac{4}{5}$ kg/L. 知道了这两种燃料的密度,不难计算借来的(以及归还的)混合物的体积是 8.5 L,重 7 kg,密度是 $\frac{7}{8.5}$ kg/L.

但邦迪先生断言,司机们不善于区分煤油和汽油,由此可得,“汽油”和“煤油”的密度可以是相同的,把未知的密度记为 x ,我们得到方程

$$3 + 5x = 3.5x + 4$$

因而 $x = \frac{2}{3}$. 这样一来,对司机们不满意的邦迪先生能有相同密度的“汽油”和“煤油”得到密度不过是 0.667 kg/L 的混合物,它比原来的两桶混合物要轻得多.

这个问题也可以通过另一条途径解决. 把煤油密度记为 x ,汽油密度记为 y ,由题设得方程组

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + 5 = 3.5 + \frac{4}{y} \\ 3 + 5y = 3.5x + 4 \end{cases}$$

对其中一个方程解出 y 并代入另一个方程,得到 x 的二次方程

$$21x^2 - 32x + 12 = 0$$

这样,问题有两解: $x_1 = \frac{6}{7}, y_1 = \frac{4}{5}; x_2 = \frac{2}{3}, y_2 = \frac{2}{3}$. 第一组解是司机所用的混合物,第二组解是邦迪先生所说的混合物.