

❖ 爷孙滑雪

爷爷和孙儿一块去滑雪. 父亲知道在平路上他们的速度都是 7 km/h ; 下坡速度爷爷是 8 km/h , 而孙儿是 20 km/h ; 上坡速度爷爷是 6 km/h , 而孙儿是 4 km/h , 他俩由同一时间出发, 沿同一路线滑行. 在下列两种情况下, 父亲能否判断出上坡路程和下坡路程的长短?

- (1) 孙儿先返回;
- (2) 爷爷先返回.

解 在(1)的情况下下坡路程较长,在(2)的情况下推测不出上坡下坡路程的长短.

现用 x 表示上坡路程的长, y 表示下坡路程的长,因为在平路上爷爷和孙子的速度是一致的,因而平路上所花的时间也是一样的.这段时间无需比较.在上坡路和下坡路上爷爷和孙子所用去的时间分别是 $\frac{x}{6} + \frac{y}{8}$ 和 $\frac{x}{4} + \frac{y}{20}$.现在解答两个问题.

(1) 假设孙子花去的时间较少,即孙子先返回,那么就有 $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} > \frac{x}{4} + \frac{y}{20}$ 变形为 $9y > 10x$.由此可知 $y > x$,从不等式就得出了下坡路程要比上坡路程长.

(2) 假设爷爷先返回,那就有 $9y < 10x$,在这种情况下,无法推出 x 与 y 的大小.比如 $y = 8, x = 9$ 时不等式 $9y < 10x$ 成立的,这时是 $y < x$;又比如 $y = 9, x = 9$ 时,不等式 $9y < 10x$ 也成立,这时是 $y = x$;再比如 $y = 11, x = 10$ 时,不等式 $9y < 10x$ 仍成立,而这时 $y > x$.因此,父亲在这种情况下就无法推断出上坡路程与下坡路程的长短关系.