

## ◆ 测验分数

小马在一次数学测验中得分在 80 分以上. 他把分数告诉了小姜, 小姜能正确地推算出小马解答了几道题. 如果小马的得分少一些, 但还在 80 分以上, 小姜就无法推算了. 小马得了多少分?(这次测验有 30 个选择题, 计分的公式是  $S = 30 + 4c - w$ , 其中  $S$  为分数,  $c$  是答对题数,  $w$  是答错的题数, 允许不答)

解 已知  $S = 30 + 4c - w > 80$ . 问题要求找到最小的这样的  $S$ , 与它对应的  $c$  是惟一的. 首先注意到  $c$  增 1,  $w$  减 4,  $S$  值不变, 但要满足  $(c + 1) + (w + 4) \leq 30$ , 即  $c + w \leq 25$ . 在  $c + w \leq 25$  时, 对同一个  $S$ , 不能惟一确定  $c$  值. 因此只有

$$c + w \geq 26 \quad \text{①}$$

才可能惟一地确定  $c$  值. 其次, 应有

$$w \leq 3 \quad \text{②}$$

否则, 若  $w > 3$ , 可使  $w$  减 4,  $c$  减 1 而得到  $S$  值不变(从  $S > 80$  得出  $c \geq 13$ , 这也是可能的). 于是, 为了使  $S$  尽可能地小, 我们应在不等式①与②许可的范围内, 尽量减小  $c$ , 尽量增大  $w$ . 这导致  $w = 3, c = 23$ . 所以  $S = 30 + 4 \times 23 - 3 = 119$ , 即小马得了 119 分.