

❖ 巧换轮胎

货车的一个前轮胎能耐磨 15 000 km, 而一个后轮胎能耐磨 25 000 km (前面有 2 个车轮, 后面有 4 个车轮). 前后车轮如何替换, 才能使货车行驶的距离最长? 并求能行驶的最长距离.

解 最长距离等于 $20\,454\frac{6}{11}$ km.

将 1 个外轮胎作为 1 个橡胶单位, 那么在整个行程中共有 6 个橡胶单位. 按条件, 1 km 内前轮外胎磨损 $\frac{1}{15\,000}$ 橡胶单位, 后轮外胎磨损 $\frac{1}{25\,000}$ 橡胶单位. 1 km 内 6 个轮胎共磨损 $\frac{2}{15\,000} + \frac{1}{25\,000} = \frac{11}{37\,500}$ 橡胶单位. 假设汽车行驶了 x km, 那时轮胎磨损了 $\frac{11x}{37\,500}$ 橡胶单位. 因为总共磨损不能超过 6 个橡胶单位. 因而有 $\frac{11x}{37\,500} \leq 6$, 那么 $x \leq 20\,454\frac{6}{11}$.

在行驶 20 454 km 的全程中, 驶过了全程的 $\frac{1}{3}$ 时, 就停下来, 把前面两个轮胎和后面的交换; 再驶过全程的 $\frac{1}{3}$ 又停下来, 把前面两个轮胎与后面的轮胎交换 (即 6 个轮胎每两个都安在前轮一次, 并且都经过全程的 $\frac{1}{3}$). 这样, 在到达目的地时, 6 个轮胎将在同一个时间报废.