

## ❖ 取火柴游戏

有一堆火柴共 1 000 万根. 两人进行如下游戏: 他们轮流执步, 在每一步中, 游戏者可从堆中取走  $p^n$  根火柴, 其中  $p$  为质数,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  (例如, 第一人取走 25 根火柴, 第二人取 8 根, 第一人再取 1 根, 第二人再取 5 根, 第一人再取 49 根, 如此等等). 谁取到最后一根火柴, 谁即为胜者. 问在正确的玩法下, 谁将取胜?

**解** 在正确的玩法下, 第一人将取胜. 由于他在每次执步中, 可以取走 1, 2, 3, 4 或 5 根火柴, 所以 he 可以执行这样的策略: 即不论第二个人如何动作, 他都应在自己执步之后, 给对方留下能被 6 整除的火柴数目. 这样, 在经过有限次执步之后, 他将给第二人留下 6 根火柴. 因而在第二人动作之后, 他即可取走所有剩余的火柴而结束游戏.