

## ❖ 猫捉老鼠

二人在  $8 \times 8$  象棋棋盘上做猫捉老鼠的游戏, 第一个人有一个筹码表示老鼠, 第二个人有若干筹码表示猫, 所有筹码的走法是一样的: 一次可以向右、向左、向上或向下走一格, 如果老鼠出现在棋盘边缘上, 那么轮到它走时就从棋盘上跳下, 如果猫和老鼠落在同一个方格内, 那么猫就吃掉老鼠.

游戏按顺序进行, 并且第二个人所有的猫可以同时移动(不同的猫可以同

时在不同的方向上移动),老鼠先走,它力求从棋盘上跳下,而猫力求在此之前吃掉它.

(1) 假设共两只猫,老鼠已位于某个不在边缘的方格上,能否将猫摆在棋盘边缘上,使它能吃掉老鼠?

(2) 假设有三只猫,然后老鼠可有另外的走法:第一次它连续走两步.证明:不论开始时如何布置筹码,老鼠总能摆脱猫.

解 (1) 可以.不管老鼠处于何位置,猫都应该这样移动,使得老鼠要处在它们之间的平行于对角线的线段上,并且当老鼠走任何一步后,猫都应使老鼠仍旧处在位于它们之间的平行于对角线的直线上.

(2) 经过老鼠引两条平行于对角线的线段,并除去这两条线段两端的方格,这样棋盘就被分成四部分,当某一部分没有猫时,老鼠就应沿指向边界的方向进入这个方格,显然,猫不能吃掉它,因而,不论猫走完任何一步以后,在老鼠移动的方向的前方与猫之间总有一个方格.证毕.