

## ❖ 一个数学谜语

欧拉在邮局买了一些邮票.其中,2分钱一张的邮票数是1分钱一张的 $\frac{3}{4}$ ,5分钱一张的邮票数是2分钱一张的 $\frac{3}{4}$ ,还买了8分钱一张的邮票5张.他用惟一的一张钞票付款,并且没有找回零钱,试问欧拉每种邮票各买多少张?

**解** 假设  $y$  为欧拉买的1分钱一张的邮票数,则他买的2分钱一张的邮票数为 $\frac{3}{4}y$ ,5分钱一张的为 $\frac{9}{16}y$ .因为 $\frac{9}{16}y$ 是一个整数,所以  $y$  必定被16整除.因此,存在一个整数  $x$ ,使  $y = 16x$ .由此可知,他买的1分钱一张的邮票为 $16x$ 张,2分钱一张的为 $12x$ 张,5分钱一张的为 $9x$ 张,8分钱一张的为5张.假设用一张  $k$  元的钞票付款,则所买的邮票总价值由

$$16x + 2 \times 12x + 5 \times 9x + 8 \times 5 = 100k$$

给出.由此可知

$$85x + 40 = 100k$$

即

$$17x = 20k - 8$$

这就是说

$$x = \frac{20k - 8}{17} = k + \frac{3k - 8}{17}$$

由于  $x$  和  $k$  均为整数,因此, $\frac{3k - 8}{17}$  必须是一个整数.但是  $k$  可以是1,2,5,10,50,100,1 000或10 000中的某一个整数.因而使 $\frac{3k - 8}{17}$ 是整数的惟一的  $k$  值,则是  $k = 1 000$ .由此可知,欧拉买到的邮票是

1分钱一张的:18 816张

2分钱一张的:14 112张

5 分钱一张的: 10 584 张

8 分钱一张的: 5 张