

## ❖ 维佳和奥利娅的约会

维佳和奥利娅通常相约在地下铁道最后一站会面. 地铁的火车每隔一定的时间就开出一辆. 第一次维佳等了奥利娅 12 分钟, 在此时间内开出了 5 辆火车; 第二次维佳等了奥利娅 20 分钟, 这段时间内开出了 6 辆火车; 第三次维佳等了奥利娅 30 分钟, 那么这段时间内可能有多少辆火车开出?(火车在站上耽误的时间忽略不计)

解 10 或者 11 列火车.

假设火车每隔  $T$  分钟开出一列, 因为 12 分钟内, 显然经过了整整 4 个间隔时间, 故必有  $4T \leq 12$ ,  $T \leq 3$ . 由于 5 列火车中第一列开出前和最后一列开出后经过的时间不多于  $T$  分钟, 则有  $T + 4T + T > 12$  由此有

$$2 < T \leq 3 \quad \text{①}$$

类似地, 在 20 分钟内开出了 6 列火车, 得到

$$\frac{20}{7} < T \leq 4 \quad \text{②}$$

由 ① 和 ② 得到  $2\frac{6}{7} < T \leq 3$ .

假设在 30 分钟内开出  $n$  列火车, 那么同样得到

$$(n-1)T \leq 30 < (n+1)T$$

或者

$$\frac{30}{T} - 1 < n \leq \frac{30}{T} + 1$$

考虑到  $2\frac{6}{7} < T \leq 3$ , 求得  $9 < n \leq 11$ , 故  $n = 10$  或  $11$ .

如果火车开出的时间间隔是 3 分钟, 当第一辆火车开出的时候维佳就已到达, 那么在 30 分钟内就可开出 11 辆火车. 仍旧是时间间隔 3 分钟, 而当第一辆火车开出 1 分钟后维佳才到达, 那么在 30 分钟内仅能开出 10 辆火车. 因此有两种不同的答案.

注 本题的解答与这样一般性的问题有紧密的联系, 假设一条线上有彼此距离为  $T$  的  $n$  个点, 长为  $b$  的线段能否覆盖这  $n$  个点?

答案: 可以, 但应有  $b/T - 1 < n \leq b/T + 1$ .