

❖ 填上 × 与 ○

能不能用符号 × 和 ○ 填满大小为 (1) 3×3 , (2) 198×8 的表格的所有格子, 使得每个 × 旁恰好排一个 ○, 每个 ○ 旁恰好排一个 × (如果二者填的格子有公共边, 那么就并排在一起).

解 (1) 不能. 假设相反, 我们考虑表格的中央格子, 为确定起见, 设一个 × 在中央格子内. 于是在图 1 中, 在格子 A, B, C, D 内恰有一个 ○, 不失一般性, 可以认为, 一个 ○ 位于格子 A 内. 于是 × 位于格子 C 和 D 内. 因此, 格子 E 内 (图 1) 不能写 ×, 因为这时没有任何一个 ○ 在这些 × 旁, 但是 ○ 不能在格子 E 内, 因为这时只有一个 × 和这些 ○ 并排, 这和题目条件矛盾. 因此, 不能用所要求的方法填满大小为 3×3 的表格.

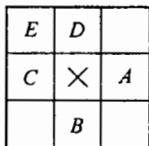


图 1

(2) 能. 满足条件的例子如图 2 所示. 可用 49 个大小为 4×8 的表格从左向右填满大小为 198×8 的表格. 大小为 198×8 的表格最后两列这样填: 倒数第二列只填 ×, 最后一列只填 ○.

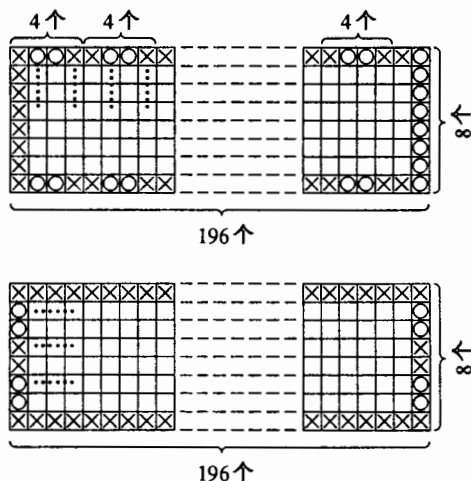


图 2