

❖ 海战游戏

在 7×7 网格正方形上玩“海战”游戏. 如果已知海船:

(1) 形如 $\square\square\square\square$;

(2) 由彼此相连的四格组成, 但不是正方形, 那么为了确保击中四格海船, 射击次数最少应是多少?

解 (1) 12次, 如图 1, 2 所示.

在 7×7 的网格正方形上, 形如 $\square\square\square\square$ 的海船最多可以排 12 个位置, 如图

3. 显然, 射击次数少于 12 是不可能的.

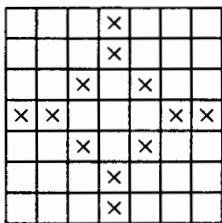


图1

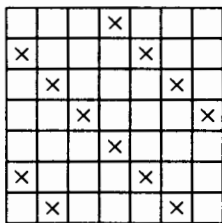


图2

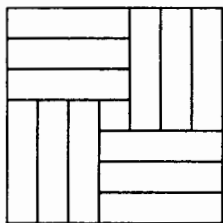


图3

(2) 20次, 如图 4 所示, 它可以实现.

我们来证明, 在 7×7 正方形上无论怎么画 19 个方格, 所余方格总可以安置一个满足条件的海船, 假设进行 19 次射击, 把已知的 7×7 正方形划分为 4 个不重叠的 3×4 的矩形 (如图 4), 其中至少有某一个有不多于 4 次的射击, 把这个矩形看成由 3 行 4 列组成 (图 5).

显然, 每一列都应当射击一次, 否则将可以安放形如 $\begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \end{matrix}$, 或形如



的海船, 此外, 同一行不可作 3 次射击, 否则将可在另外的某一行中安放形如 $\square\square\square\square$ 的海船.

现在研究 3×4 矩形的中心方格 a, b (图 5).

		×		×		
	×		×		×	
×			×			×
	×	×		×	×	
×			×			×
	×		×		×	
		×		×		

图4


	7	6	
1	a	b	5
2	3	4	

图5

如果方格 a (或 b) 没有射击, 那么含有中心方格 a 的 3×3 正方形的射击方案仅有一种 (更准确说应是对称排列的各种可能). 这时, 将可容下形如



的海船不被击中.

在方格 a (或 b) 有射击的前提下, 1 处不能射击, 否则第 3 列或在 6, 或在 4 处射击都将容下形如  的海船. 所以必在对角线所在格 2 处射击, 6 处射击, 即 2, a , 6 处射击 (应考虑对称排列). 余下第 4 列无论在什么地方射击一次, 7×7 正方形中都可容下一个满足条件的海船.