

❖ 17 个科学家问题

17 个科学家,其中每一个人都和其余所有的人通信.在他们的通信中,只讨论 3 个题目,而且每两个科学家之间只讨论 1 个题目.求证:至少有 3 个科学家相互之间在讨论同一个题目.

证明 从这 17 个科学家中,任意找出一位,不妨称之为 X 先生,X 先生同其余的 16 位科学家通信,讨论的是 3 个题目,由于 $16 = 3 \times 5 + 1$,由抽屉原则可知,至少有 6 位科学家在同 X 先生讨论着同一题目,不妨称此题目为题目 1.如果这 6 位科学家中,有 2 位也在讨论着题目 1,那么命题已得证.所以只需考虑这种情形:这 6 位讨论的是题目 2 与题目 3.

在这 6 位科学家中,请出一位 Y 先生,他同其余 5 位科学家通信,只讨论 2 个题目.由于 $5 = 2 \times 2 + 1$,再一次运用抽屉原则,得知 Y 先生一定同至少 3 位科学家之间讨论同一题目.例如是题目 2.如果那 3 位科学家之间,有 2 位也在讨论题目 2,命题又已得证,排除这一情况之后,那 3 个人只能是相互讨论题目 3.这样,命题也已得证.