

## ✦ 巧手妙剪

学生们试图从一个尺寸为  $2n \times 2n$  的正方形中剪出尽可能多的尺寸为  $1 \times (n+1)$  的矩形. 试对每个自然数  $n$ , 确定出最多的个数.

解 设所求的数为  $T_n$ , 易知  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 5$ . 在  $n \geq 4$  时,  $\frac{2n \times 2n}{1 \times (n+1)} < 4(n-1) + 1$ , 并且除去中间 4 个方格后, 每个  $(n-1) \times (n+1)$  的矩形可以剪成  $n-1$  个  $1 \times (n+1)$  的矩形, 因此  $T_n = 4(n-1)$ . 在  $n=3$  时, 注意剪下的每个  $1 \times 4$  的矩形必含图 1 中标有数字 1, 2, 3, 4 的方格各 1 个. 由于图 1 中仅有 8 个 4, 所以至多剪出 8 个  $1 \times 4$  的矩形. 由此即知  $T_n = 4(n-1)$  在  $n=3$  时仍然成立.

1	2	3	4	1	2
2	3	4	1	2	3
3	4	1	2	3	4
4	1	2	3	4	1
1	2	3	4	1	2
2	3	4	1	2	3

图 1