

❖ 谁占多数

两次竞赛的全体参加者举行了聚会(其中某些人两次竞赛都参加了). 在第一次竞赛中有 60% 是男生, 而第二次有 75% 是男生. 证明: 聚会时男生不比女生少.

证明 用 m_1 表示只参加第一次竞赛的男生数, 用 m_2 表示只参加第二次竞赛的男生数, 用 m_{12} 表示两次竞赛都参加的男生数. 用 n_1, n_2, n_{12} 表示相应的女生数. 由题设

$$(m_1 + m_{12}) : (n_1 + n_{12}) = 0.6 : 0.4$$

$$(m_2 + m_{12}) : (n_2 + n_{12}) = 0.75 : 0.25$$

由此得到

$$2(m_1 + m_{12}) = 3(n_1 + n_{12}), m_2 + m_{12} = 3(n_2 + n_{12})$$

把这些方程加起来, 考虑到 m_1, m_2, n_{12} 的非负性, 得到

$$\begin{aligned} 3(m_1 + m_{12} + m_2) &\geq 2m_1 + 3m_{12} + m_2 = 3n_1 + 6n_{12} + 3n_2 \geq \\ &3(n_1 + n_{12} + n_2) \end{aligned}$$

由此得出, 参加聚会的男生数 $m_1 + m_{12} + m_2$ 不少于女生数 $n_1 + n_{12} + n_2$.

可以看出,当 $m_1 = m_2 = n_{12} = 0$ 时,男女数量相等.