

◆ 阴影矩形

把一个正方形分成 100 个小正方形,如图 1 所示.在一些小正方形上画上影线构成阴影的矩形可有多少种不同的画法(图上给出了一种画法)?要肯定已把正方形作为矩形计入了,并不要忘记每一种可能的影线的画法.证明答案是对的.

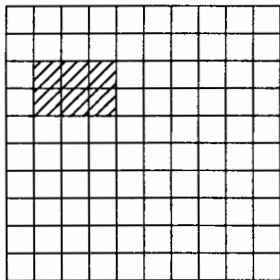


图 1

解 图 1 中水平线和竖直线的交点有 $121 = 11^2$ 个. 设 P 为其中任一点. 现选择第二点 Q , 使 PQ 既非水平线也非竖直线. 换句话说, Q 是 121 个点中除与 P 在同一水平线和同一竖直线上的 21 个点以外的任意点, 因此 Q 有 100 种可能的选择.

在我们试探的矩形中只有一个以 PQ 为对角线, 且计入的这些矩形都按以上方法选择的 P, Q 所得的某一线段 PQ 为对角线. 选择 P 和 Q 的方法有 $121 \times 100 = 12\,100$ 种, 但这并不是说有 12 100 个不同的矩形. 因为按此方法计数, 每一个矩形被计入了四次(点 P 可以在矩形四个角的任一个角上, 且以 Q 为对角线上的点). 所以, 不同矩形的总数为 $12\,100/4 = 3\,025$.