

## ❖ 拼零为整

(1) 两个同样的齿轮,各有 14 个齿,一个平放在另一个的上面,使它们的齿重合(因而两个齿轮在水平面上的投影重合).若去掉四对重合的齿,是否总可以旋转上面的齿轮,使得它们的共同投影成为一个完整的齿轮(齿轮可以绕它们的公共齿轮旋转,但不能翻转)?

(2) 若两个齿轮各有 13 齿,回答同样的问题.

解 (1) 可以. 设去掉的齿  $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \{0, 1, \dots, 13\}$ , 两两的差  $a_i - a_j$  有  $4 \times 3 = 12$  种, 取  $b \not\equiv a_i - a_j \pmod{14}$ , 且  $b \not\equiv 0 \pmod{14}$ , 则转过  $b$  个齿后,

投影为完整的齿轮；

(2) 不一定,如去掉的齿为 0,1,3,9.