

## ❖ 返回原处

在圆形跑道上  $n$  个不同点处, 有  $n$  辆汽车正准备出发. 每辆车每小时跑一圈. 听到信号后, 它们各选一个方向立即出发. 如果两辆车相遇, 则同时改变方向并以原速前进. 证明: 必有一时刻每一辆车回到原出发点.

**证明** 设两辆车在相会时交换其编号, 这样我们看到的是每一辆车, 例如 1 号车, 依同样速度和方向一圈一圈地绕圆周运行. 所以在一小时后(经过若干次变换编号), 每一个出发点被一辆与原先号码相同的车占据, 并且它准备运行的方向与一个小时前在那里出发的车完全相同.

恢复每辆车原先的号码, 就回到实际发生的状态, 由于汽车的顺序不会改变, 仅有的可能是将原先出发时的状态作了一个旋转(也可以就是原先的状态). 于是对某个  $d \mid n$ , 经过  $d$  小时后, 每辆车回到了出发点.