

✦ 标准线段

在线段 AB 的两个端点,一个标以红色,一个标以蓝色. 在线段中间插入几个分点,在各个分点上随意地标以红色或蓝色. 这样就把原线段分为 $n + 1$ 个不重叠的小线段. 这些小线段两端颜色不同者叫做标准线段. 那么,标准线段的个数是奇数,对吗?

解 可以看出,线段 AB 的长度以及各小线段是否等长与解题无关. 因此,可不妨设 AB 长为 $n + 1$ 个单位,各小线段长均为 1 个单位. 以 A 为坐标原点, AB 为 x 轴建立直角坐标系. 对于包括 A, B 在内的 $n + 2$ 个点. 若标红色则取其纵坐标为 0,若标蓝色则取其纵坐标为 1,横坐标不变,在坐标系中作出这些点. 为不失一般性,设 A 标以红色,则 B 标以蓝色,顺次连接这 $n + 2$ 个格点得到一条起点在 x 轴上,终点在 $y = 1$ 直线上的折线,其中斜率为 $+1$ 或 -1 的每小段是标准线段,斜率等于 0 的每小段是非标准线段. 显然,从 A 出发每经过两条标准线段回到 x 轴,故只有经过奇数条标准线段才能结束于在 $y = 1$ 直线上的点 B ,所以标准线段的个数是奇数.