

❖ 智力冠军

在一次智力比赛大会上,一位选手宣布:如果允许他提出 20 个问题,那么他就能猜中辞海里的任何一个词.这可能吗?

解 我们讲两种解法:第一种是“理论”解法,第二种是“实际”解法.

(1) 在二进制里,任何一个正整数 N 可以表示为

$$N = \sum_i \alpha_i 2^{i-1}, i = 1, 2, \dots, n$$

其中,所有的系数 α_i 等于 0 或 1.由此可见,给定了 n 个系数 α_i ,我们能得到从 1

开始的 2^n 个自然数. 设 $n = 20$, 那么, $2^{20} = 1\,048\,576$. 由于在《辞海》中解释的词数小于 $1\,048\,576$, 所以可以把它们从 1 开始编号, 所用的数以二进位制表示时的符号不超过 20 个. 这位选手可以这样地提出问题: “您要我猜的词号码用二进位制表示时, 第 i 个数码 ($i = 1, 2, \dots, 20$) 等于 1 吗?”

所得到的回答或者“是”, 或者“不是”, 这位选手要不了 20 步就能确定这个号码, 从而猜中你所想的词.

(2) 《辞海》1979 年版共有上、中、下三册. 我们用 2 个问题确定要猜的词在哪一册, 假定它在最厚的有 1 652 页的中册. 由于 $2^{10} < 1\,652 < 2^{11}$, 所以接着用 11 个问题可以确定要猜的词在哪一页. 为了知道这个词在这一页的哪一栏——左还是右, 我们要 1 个问题, 剩下来还有 6 个问题用于找某一栏里要猜的词, 这已经足够了, 因为无论哪一栏中的词都不多于 $2^6 = 64$ 个.