

## ❖ 最大差数

在 400 张卡片上分别写着数字  $1, 2, 3, \dots, 400$ . 两个人 A 和 B 进行如下的游戏: 第一步, A 任意取出 200 张卡片给自己, 其余的都交给 B. B 则从交给自己和 A 取出的两组卡片中各取出 100 张给自己, 把其余的都交给 A. 这时, 两人手中就各有 200 张卡片. 下一步时, A 再从两人手中的卡片中各取出 100 张给自己, 其余的都交给 B, 并一直如此交替进行下去. 在 B 进行完第 200 步以后, 就分别计算出两人手中的卡片上的数字之和  $C_A$  与  $C_B$ , 然后 A 付给 B 差额  $C_B - C_A$ . 试问在双方都以正确的策略进行游戏时, B 所能得到的最大差数是多少?

解 20 000. 如果  $x_1 \geq \dots \geq x_{200}$  为第一组数,  $y_1 \geq \dots \geq y_{200}$  为第二组数, 则当 B 在执步时取出卡片  $x_1, \dots, x_{100}$  和  $y_1, \dots, y_{100}$ , 那么他就保证了自己这边有  $(x_1 - x_{101}) + \dots + (x_{100} - x_{200}) + (y_1 - y_{101}) + \dots + (y_{100} - y_{200}) \geq 20\,000$ . 但如果 A 在每一步中, 就把数字  $1, 2, \dots, 100, 201, \dots, 300$  归于第一组, 而把其余的都归入第二组, 而且在 B 每次执步之后, 都使之回到这一情形, 则这时就有  $C_B - C_A = 20\,000$ .