

## ❖ 儿童宿营

60 个儿童参加一个夏令营. 任意每 10 个儿童中必有 3 个或更多的儿童安排在同同一个帐篷中. 试证: 必须有 15 个或更多的儿童安排在同同一个帐篷中.

**证明** 用反证法. 如果每个帐篷中的儿童数都少于 15. 记  $N$  为至少有两个儿童的帐篷数. 若  $N \geq 5$ , 则在 5 个帐篷中各取两位儿童, 于是这 10 个儿童不可能在同一个帐篷中有 3 人. 所以  $N \leq 4$ .

若  $N \leq 3$ , 则这  $N$  个帐篷中至多有  $3 \times 14 = 42$  个儿童, 于是有  $60 - 42 = 18$  个帐篷中各只有一个儿童. 因此在只有一个儿童的帐篷中任取 10 个, 这 10 个帐篷中的儿童不可能同时在一个帐篷中有 3 人. 至此证明了  $N = 4$ .

于是至少有  $60 - 4 \times 14 = 4$  个帐篷中恰有一个儿童. 我们在这 4 个帐篷中各取两位儿童, 余下取两个帐篷中的仅有的儿童, 所以找到 10 个儿童. 他们不能同时在一个帐篷中有 3 人. 所以证明了若每个帐篷中至多 14 人, 则条件不满足. 因此至少有一个帐篷中安排了至少 15 人.